FMI, Info, Anul I
Semestrul I, 2015/2016
Logică matematică şi computaţională
Laurenţiu Leuştean,
Alexandra Otiman, Andrei Sipoş

24-25.11.2015

Seminar 8

(S8.1) Pentru orice mulţime de formule Γ şi orice formule φ, ψ,

$$\Gamma \cup \{\psi\} \vdash \varphi \text{ şi } \Gamma \cup \{\neg\psi\} \vdash \varphi \quad \Rightarrow \quad \Gamma \vdash \varphi.$$

(S8.2) Să se arate, folosind substituţia, că formula

$$\chi := (((v_0 \to \neg(v_3 \to v_5)) \to v_6) \wedge (\neg(v_4 \to v_{10}) \to v_2)) \to ((v_0 \to \neg(v_3 \to v_5)) \to v_6)$$

este tautologie.

(S8.3)

(i) Să se arate că mulţimea modelelor unei mulţimi satisfiabile şi finite de formule este infinită.

(ii) Să se arate că există o mulţime infinită de formule care nu este echivalentă cu nicio mulţime finită de formule.

Definiţia 1. *Un* **graf (neorientat)** *este o pereche (X, E) unde X e o mulţime şi E este o relaţie ireflexivă şi simetrică pe X. Spunem că un graf (X, E) este* **finit** *(respectiv* **numărabil***) dacă X este finită (respectiv numărabilă).*

Definiţia 2. *Fie (X, E) un graf şi $k \in \mathbb{N}$. O* **k-colorare a lui** *(X, E) este o funcţie $c : X \to \{0, ..., k-1\}$ astfel încât pentru orice $x, y \in X$ cu $(x, y) \in E$ avem $c(x) \neq c(y)$. Spunem că (X, E) este* **k-colorabil** *dacă există o k-colorare a lui (X, E).*

Definiţia 3. *Fie (X, E), (X', E') grafuri. Spunem că (X', E') este* **subgraf al lui** *(X, E) dacă $X' \subseteq X$ şi $E' \subseteq E$.*

(S8.4) Fie (X, E) un graf numărabil şi $k \in \mathbb{N}$. Arătaţi că dacă orice subgraf finit al lui (X, E) este k-colorabil, avem că şi (X, E) este k-colorabil.