FMI, Info, Anul I
Semestrul I, 2015/2016
Logică matematică şi computaţională
Laurenţiu Leuştean,
Alexandra Otiman, Andrei Sipoş

19-20.01.2016

Seminar 14

(S14.1) Pentru orice formule φ, ψ şi orice variabilă $x \notin FV(\varphi)$,

$$\varphi \mathrel{\text{⫤⊨}} \exists x\varphi \quad (1)$$
$$\forall x(\varphi \wedge \psi) \mathrel{\text{⫤⊨}} \varphi \wedge \forall x\psi \quad (2)$$
$$\exists x(\varphi \vee \psi) \mathrel{\text{⫤⊨}} \varphi \vee \exists x\psi \quad (3)$$
$$\forall x(\varphi \to \psi) \mathrel{\text{⫤⊨}} \varphi \to \forall x\psi \quad (4)$$
$$\exists x(\psi \to \varphi) \mathrel{\text{⫤⊨}} \forall x\psi \to \varphi \quad (5)$$

(S14.2) Să se axiomatizeze:

(i) clasa mulţimilor strict ordonate care au un element minimal;

(ii) clasa mulţimilor strict ordonate care au un element maximal;

(iii) clasa mulţimilor strict ordonate cu proprietatea că orice element are un unic succesor.

(S14.3) Fie $\mathcal{L}$ un limbaj de ordinul I. Să se arate că:

(i) pentru orice formule φ, ψ şi orice variabilă x,

$$\forall x(\varphi \to \psi) \to (\forall x\varphi \to \forall x\psi)$$

este validă (A2);

(ii) pentru orice formulă φ şi orice variabilă x cu $x \notin Var(\varphi)$,

$$\varphi \to \forall x\varphi$$

este validă (A3);

(iii) pentru orice variabilă x şi orice termen t cu $x \notin Var(t)$,

$$\exists x(x = t)$$

este validă (A4).

(S14.4) Să se axiomatizeze următoarele clase de grafuri:

(i) grafurile infinite;

(ii) grafurile complete;

(iii) grafurile care au cel puţin un drum de lungime 3;

(iv) grafurile care au cel puţin un ciclu de lungime 3;

(v) grafurile cu proprietatea că orice vârf are exact o muchie incidentă.