

Seminar 13

Notăție 1. Fie $\mathcal{L}$ un limbaj de ordinul I. Pentru orice variabile x, y cu $x \neq y$, orice $\mathcal{L}$ -structură $\mathcal{A}$, orice $e : V \rightarrow A$ și orice $a, b \in A$, avem că:

$$(e_{y \leftarrow b})_{x \leftarrow a} = (e_{x \leftarrow a})_{y \leftarrow b}.$$

În acest caz, notăm valoarea lor comună cu $e_{x \leftarrow a, y \leftarrow b}$. În acest caz, notăm valoarea lor comună cu $e_{x \leftarrow a, y \leftarrow b}$. Așadar,

$$e_{x \leftarrow a, y \leftarrow b} : V \rightarrow A, \quad e_{x \leftarrow a, y \leftarrow b}(v) = \begin{cases} e(v) & \text{dacă } v \neq x, y \\ a & \text{dacă } v = x \\ b & \text{dacă } v = y. \end{cases}$$

(S13.1) Pentru orice formule φ, ψ și orice variabile x, y cu $x \neq y$,

- (i) $\neg \exists x \varphi \models \forall x \neg \varphi$;
- (ii) $\forall x (\varphi \wedge \psi) \models \forall x \varphi \wedge \forall x \psi$;
- (iii) $\exists y \forall x \varphi \models \forall x \exists y \varphi$;
- (iv) $\forall x (\varphi \rightarrow \psi) \models \forall x \varphi \rightarrow \forall x \psi$.

(S13.2) Fie x, y variabile cu $x \neq y$. Să se dea exemple de limbaj de ordinul I, $\mathcal{L}$, și de formule φ, ψ ale lui $\mathcal{L}$ astfel încât:

- (i) $\forall x (\varphi \vee \psi) \not\models \forall x \varphi \vee \forall x \psi$;
- (ii) $\exists x \varphi \wedge \exists x \psi \not\models \exists x (\varphi \wedge \psi)$;
- (iii) $\forall x \exists y \varphi \not\models \exists y \forall x \varphi$.