

REZUMAT

- Dezvoltam doua noi abordari, bazate pe control optimal, pentru subiecte importante ca metode variationale pentru ecuatii diferentiale si tehnici de domeniu fix in probleme de optimizare pentru domeniu variabil (design optimal). Abordarea noastra este noua si originala si permite aplicatii atat teoretice cat si numerice. Mentionam barele curbe Naghdi generalizate si modele pentru placi subtiri generalizate ca noi aplicatii ale tehnicilor de control variational pentru ecuatii diferentiale. In probleme de optimizare a formei, am considerat proprietati de controlabilitate geometrica si abordari de control optimal pentru probleme eliptice ce conditii la frontiera Dirichlet sau Neumann.
- In domeniul problemelor semiliniare eliptice si parabolice cu termeni singuari sau degenerati, am considerat probleme care modeleaza fenomene din viata reala, ca sistemele Gierer-Meinhardt care apar in biologia moleculara sau probleme de evolutie care apar in camp magnetic. Cercetarile noastre se concentreaza asupra proprietatilor calitative ale solutiilor clasice, ca de exemplu: existenta sau non-existenta, unicitate, comportare asimptotica la frontiera si comportare in timp lung pentru solutiile dependente de timp. Am elaborat o monografie (publicata la Oxford University Press), 8 articole de cercetare publicate in reviste de matematica prestigioase cu factor de impact mare si 6 articole aflate in aparitie in reviste de matematica sau volume editate de editori internationali importanti. Rezultatele au fost comunicate in mai multe conferinte internationale sau in seminarii organizate de departamente de matematica din Franta, Italia si Slovenia. Toate aceste rezultate se concentreaza in jurul temei de cercetare din acest grant de cercetare, iar problemele studiate se afla la intersectia dintre Fizica Matematica, Analiza Functionala Non-liniara si Analiza Numerica. Aceste rezultate au deschis posibilitati de colaborare cu echipe internationale de prestigiu.
- O serie de studii ale pietelor financiare au aratat prezenta unei proprietati de memorie lunga. Din acest motiv, miscarea Browniana fractionara a fost propusa ca un substitut pentru miscarea Browniana standard in modelele matematice corespunzatoare. Un astfel de proces stochastic este auto-similar si are memorie lunga. S-au obtinut rezultate privind:
 1. Variatii tari si renormalizate. Proprietea Dirichlet a miscarii Browniene subfractionare.
 2. Comportarea asimptotica a variatiei integralei stochastice in raport cu miscarea Browniana subfractionara si a integralelor fractionare stochastice multiple.
 3. Aproximari tari si slabe ale integralelor fractionare Stratonovich multiple.
 4. Probleme de filtrare pentru ecuatiile liniare stochastice de evolutie date de miscarea fractionara Browniana.
- Am demonstrat un principu de maxim si teoreme de comparare pentru ecuatii quasiliniare parabolice stochastice, similare cu rezultate bine-cunoscute din cazul determinist. Demonstratiile se bazeaza pe estimari ale partilor pozitive ale solutiilor. Mai mult, am stabilit un rezultat de existenta si estimari pentru ecuatie Burger stochastica cu conditii Dirichlet.
- Am considerat problema de control H_2 pentru un sistem liniar in timp discret cu un salt Markovian si perturbatii aleatoare independente. Au fost introduse mai multe criterii de performanta de tip H_2 (numite adesea norme H_2) si au fost caracterizate prin intermediul solutiilor unor anume sisteme de ecuatii liniare in spatiul matricilor simetrice. Scopul acestor criterii de performanta este de a da un mod de a masura efectul zgomotului alb aditiv asupra output-ului unui sistem controlat. Sunt prezentate diferite aspecte specifice cadrului timp-discret. Privind controlul optimal H_2 , am aratat ca in cazul accesului la masuratorile intregului vector de stare, cea mai buna performanta este obtinuta de controlul de ordin zero. Castigul feedback corespunzator al controlului optimal este construit pe baza solutiilor de stabilizare unui sistem de ecuatii Riccati generalizate in timp discret. Daca numai un este output accesibil masuratorilor, realizarea in spatiul starilor a controlului optimal H_2 coincide cu varianta stochastica a bine-cunoscutului filtru Kalman-Bucy. In constructia controlului

optimal este implicata solutia de stabilizare a doua sisteme cuplate de ecuatii Riccati in timp discret. Conditiiile necesare si suficiente pentru existenta solutiilor de stabilizare acestor ecuatii Riccati sunt date in termenii rezolvabilitatii unor anume sisteme de lanturi Markov cu repartitie initiala. S-a obtinut un procedeu iterativ pentru calculul numeric al unor astfel de solutii.

- Fie H un operator auto-adjunct intr-un spatiu Hilbert, cu o valoare proprie E_0 fie scufundata in spectrul continuu, fie la un prag. Presupunem ca proiectorul propriu P_0 este de rang finit. Fie W un operator auto-adjunct marginit si fie $H(\varepsilon) = H + \varepsilon W$, cu ε mic. Daca $P_0 \exp\{-itH(\varepsilon)\}P_0 = \exp\{-itH(\varepsilon)\}P_0 + \delta(\varepsilon, t)$, unde $\delta(\varepsilon, t)$ este marginit de $C\varepsilon^p$ uniform pentru orice $t > 0$ si un $p > 0$, atunci Hamiltonianul efectiv $h(\varepsilon)$ este unic determinat pana la un anumit ordit in ε , ordit care depinde de ipotezele asupra lui $\text{Im}h(\varepsilon)$.
- Termenul de ordin patrat in dezvoltarea Taylor in origine a transformarii de backscattering in dimensiuni impare $n \geq 3$ conduce la un operator simetric bilinar B_2 pe $C_0^\infty(\mathbb{R}^n) \times C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$. Demonstram ca B_2 se extinde la anumite spatii Sobolev cu pondere si aratam ca imbunatateste atat regularitatea cat si descresterea. Rezultatele au fost obtinute impreuna cu Prof. Anders Melin (Lund University). Rezultatul principal poate fi gasit ca preprint (I. Beltita, A. Melin, Analysis of the quadratic term in the backscattering transformation, arXiv 08012230), si va apare in Mathematica Scandinavica.
- Am studiat perturbarea cu o masura cu semn a generatorului unui proces drept Borel, folosind metode probabilistice si de teoria analitica a potentialului. Am stabilit o formula de tip Feynman-Kac asociata masurilor care nu incarca multimi polare si apartinand unei clase Kato extinse. Un instrument principal in aceasta abordare este lema Khas'minskii pentru exponentiale Stieltjes ale functionalelor pozitive aditive, continue la stanga.
- In articole precedente am dezvoltat un calcul pseudo-diferential si o procedura de cuantificare in prezenta unui camp magnetic variabil (marginit). In acest cadru am propus un candidat pentru un Hamiltonian cuantic relativist H_A intr-un camp magnetic $B = dA$ definit in termenii unui vector potential A , care este covariant la transformarile de etalonare. Am demonstrat o marginire de tip Cwickel-Lieb-Rosenblum pentru numarul valorilor proprii negative ale Hamiltonianului perturbat $H(A, V) = H_A + V$, care se arata ca are spectrul esential continut in semi-axa reala pozitiva. Acest rezultat implica estimari de tip Lieb-Thirring, utile in probleme legate de stabilitatea relativista a materiei. Pentru a demonstra acest rezultat, urmam demonstratia originala a lui Lieb pentru cazul nerelativist fara camp magnetic, obtinand intai o formula Feynman-Kac, iar apoi adaptam argumente ale lui Ichinose and Tamura, care lucreaza cu un Hamiltonian care nu este gauge covariant. Cel mai dificil pas este stabilirea formulei Feynman-Kac pentru Hamiltonianul relativistic fara camp magnetic. Un astfel de rezultat este publicat intr-un articol de I. Daubechie, dar dupa stiinta noastra, nu a existat nici o demonstratie completa in literatura; aceasta ne-a determinat sa dam o prezentare detaliata. Principala problema tehnica este inlocuirea masurii Wiener uzuale cu masura asociata unui proces cu salturi. Pentru a include si campul magnetic, am gasit o inegalitate diamagnetica si am aratat ca formula Levy-Khinchine are loc si in acest caz.
- Am determinat un criteriu cu comutatori de tip Beal pentru caracterizarea operatorilor pseudodiferentiali magnetici si, urmand o propunere a lui J.M. Bony, am definit o clasa de operatori integrali Fourier magnetici, studiind conexiunile acestora cu operatorii de evolutie.
- Am studiat proprietatile spectrale ale Hamiltonienilor in contextul geometric curb. S-a aratat absenta spectrului punctual pentru operatori Dirac pe varietati cu camp vectorial gradient-conform incomplet in afara unei multimi compacte (rezultatele sunt publicate in Journal of Functional Analysis, 2007). Am studiat de asemenea in profunzime spectrul operatorilor magnetici si a Lapalcianului definit pe k -forme pe varietati conform-cusp. O parte din rezultate au fost publicate in Annales Henri Poincare (2008), iar o parte au fost trimise spre publicare.
- Prezentam o reprezentare olomorfa a algebrei Jacobi $\mathfrak{h}_n \rtimes \mathfrak{sp}(n, \mathbb{R})$ prin operatori diferentiali de ordin intai cu coeficienti polinomiali pe varietatea $\mathbb{C}^n \times \mathcal{D}_n$. Am construit un spatiu

Hilbert de functii olomorfe pe care actioneaza acesti operatori.

- Consideram multipletul vectorial supersimetric fara masa intr-un cadru pur cuantic. Invarianta la etalonare de ordinul intai determina unic interactiunea Lagrangeana, ca in cazul modelelor Yang-Mills. Continuand cu ordinul doi al teoriei perturbatiilor, se produc anomalii care nu pot fi eliminate. Analizam acest model lucrând numai cu campurile componente.
- Consideram multipletul vectorial supersimetric fara masa intr-un cadru pur cuantic si propunem o formula de numarare a puterilor. Demonstram apoi ca Lagrangianul de interactie pentru o teorie supersimetrica non-abeliana fara masa (SUSY-QCD) este unic determinat de anumite proprietati naturale, ca in cazul modelelor Yan-Mills. Rezultatul se poate extinde cu usurinta la cazul in care sunt prezenti multipleti cu masa, inasa se arata ca bozonii cu masa si cei fara masa trebuie sa fie decuplati, in contradictie cu modelul standard. Continuand cu ordinul doi al teoriei perturbatiilor, se produc anomalii care nu pot fi eliminate. Analizam in profunzine acest model lucrând numai cu campurile componente.