

Projet de Recherche

1. Titre: Méthodes de décomposition de domaine pour les problèmes de contact avec frottement et méthodes de couplage avec des conditions de sauts sur l'interface

2. Participants: Lori Badea (Institut de Mathématiques "Simion Stoilow" de l'Académie Roumaine), Marius Cocou et Frédéric Lebon (Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique CNRS et Université d'Aix-Marseille)

3. Description du projet:

3.1. Résultats précédents

Cette proposition est une continuation du Projet LEA Math-Mode qui s'est déroulé entre 2012 et 2013 avec les mêmes participants. Ce projet a eu comme but principal l'analyse mathématique et numérique d'une classe d'inéquations variationnelles d'évolution implicites qui représente une généralisation de plusieurs problèmes quasi-statiques de contact en élasticité. Nous avons envisagé aussi l'analyse des méthodes de Schwarz pour les problèmes de contact avec frottement formulés en variables des contraintes. Nous décrivons dans la suite les résultats que nous avons obtenus dans les deux directions.

1. Les résultats concernant l'analyse mathématique et numérique d'un système d'inéquations variationnelles d'évolution implicites ont été publiés dans deux articles:

[1] L. Badea and M. Cocou, Approximation results and subspace correction algorithms for implicit variational inequalities, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S*, **6**, 6, pp. 1507-1524, 2013.

[2] L. Badea and M. Cocou, Internal and subspace correction approximations of implicit variational inequalities, *Mathematics and Mechanics of Solids*, paru en ligne le 10 Décembre 2013, DOI: 10.1177/1081286513514075.

Les résultats obtenus ont été aussi présentés par Marius Cocou à

[3] Contact Mechanics International Symposium CMIS 2014, Abu Dhabi, 3 - 5 février 2014, dans une communication intitulée "Internal and subspace correction approximations of quasistatic contact problems".

Le but de ces recherches a été d'étudier l'existence des solutions et de donner des algorithmes de résolution numérique pour un système d'inéquations variationnelles d'évolution qui représente une généralisation de plusieurs problèmes quasi-statiques de contact en élasticité. Les résultats obtenus constituent une approche unifiée qui peut être appliquée à divers problèmes quasi-statiques de contact, y compris de contact unilatéral ou bilatéral avec frottement non local, aux conditions de compliance normale avec frottement ou aux lois plus complexes d'interaction comme, par exemple, des lois d'interface couplant le contact unilatéral, l'adhérence et le frottement non local entre deux corps élastiques. En utilisant des

estimations appropriées pour les solutions incrémentales, nous prouvons l'existence d'une solution continue et montrons la convergence d'une méthode basée sur une approximation interne et un schéma semi-discret aux différences implicite. Pour résoudre les problèmes correspondants entièrement discrétisés, nous proposons trois algorithmes multiplicatifs dans [1] et deux algorithmes additifs dans [2]. Ces algorithmes sont écrits comme des méthodes de correction sur sous-espaces pour lesquelles nous prouvons la convergence globale et nous donnons des estimations de l'erreur.

2. Nous avons soumis l'article

[4] Lori Badea et Frédéric Lebon, Schwarz methods for dual contact problems, soumis à Journal of Computational and Applied Mathematics,

où nous analysons les méthodes multiplicative et additive de Schwarz pour les problèmes de contact avec frottement de Tresca formulés en contraintes. Dans cette variable duale, le problème est écrit comme une inéquation variationnelle dans l'espace $H_{div}(\Omega)$, Ω étant le domaine du problème. Sous certaines hypothèses, nous démontrons la convergence globale et nous donnons l'estimation de l'erreur pour ces méthodes. Toutefois, la vérification de ces hypothèses dans l'espace $H_{div}(\Omega)$ ne peut pas être faite facilement, comme pour l'espace $H^1(\Omega)$. Le résultat principal de cet article a été de montrer que ces hypothèses sont vérifiées pour cette inéquation variationnelle.

3.2. Résultats envisagés dans le nouveau projet.

Nous nous proposons dans le nouveau projet de continuer les recherches des années précédentes.

1. Puisque la théorie générale d'analyse mathématique et numérique des systèmes d'inéquations variationnelles d'évolution implicites concerne aussi les problèmes non linéaires, nous nous proposons dans la suite d'appliquer les résultats que nous avons obtenus à un problème qui est effectivement non linéaire. De plus, nous nous proposons d'introduire et d'analyser la convergence des algorithmes du type Euler-Schwarz ou du type pararéel pour les problèmes d'évolution de contact avec frottement. Dans les approches habituelles, le problème est discrétisé en temps et on applique la méthode de Schwarz pour résoudre le problème successivement à chaque pas de temps. Dans les algorithmes du type Euler-Schwarz, le problème est résolu simultanément en temps et en espace pendant les itérations. Les algorithmes pararéels permettent la résolution simultanée sur chaque sous-intervalle de temps des problèmes discrétisés.

2. Les expériences numériques ont montré que les systèmes linéaires à variable duale sont mieux conditionnés que ceux à variable primale. D'autre part, cette approche est moins utilisée que les approches primale ou mixte en raison de certaines difficultés numériques liées aux espaces d'éléments finis qu'on doit utiliser. Les résultats de l'article que nous avons soumis ont été donnés pour le problème continu. Nous nous proposons dans le nouveau projet d'aborder l'étude des méthodes pour le problème discrétisé par les éléments finis.

3. Pendant les visites à Bucarest de Frédéric Lebon et à Marseille de Lori Badea, nous avons envisagé l'étude d'un problème de couplage entre deux corps élastiques avec de conditions sur l'interface données par les sauts des déplacements et des contraintes. Pour ce problème, nous avons donné une formulation variationnelle et formulé une méthode d'éléments finis pour le résoudre. Nous nous proposons d'élaborer, avec l'aide de Serge Dumont, un collab-

orateur de Frédéric Lebon, un code de calcul et de comparer les résultats numériques avec ceux obtenus par deux autres méthodes.

4. Visites envisagées:

Lori Badea - à Marseille - 2 semaines en 2014 et 2 semaines en 2015.

Marius Cocou - à Bucarest - 2 semaines en 2014 et 2 semaines en 2015.

Frédéric Lebon - à Bucarest - 1 semaine en 2014 et 1 semaine en 2015.

5. Financement demandé au L.E.A.: Frais de voyage, frais d'hébergement et perdiem pour 10 semaines de séjour, 4 semaines en France et 6 semaines en Roumanie.

6. Notice individuelle de Lori Badea.

(un CV détaillé ainsi qu'une liste des publications peuvent être consultés à l'adresse <http://www.imar.ro/lbadea>)

Date de naissance. 09/08/1948.

Lieu de naissance. Visinesti (Roumanie).

Formation.

- Maîtrise en Mathématiques à la Faculté de Mathématiques de l'Université de Bucarest (1971).

- Doctorat de l'Université Paris 6, France (1992).

Poste détenu actuellement. Directeur de Recherche de première classe à l'Institut de Mathématiques "Simion Stoilow" de l'Académie Roumaine.

Distinctions. Prix "Spiru Haret" de l'Académie Roumaine, Section de Mathématiques (2001).

Stages à l'étranger comme professeur ou chercheur invité en France, Allemagne, Suisse, Norvège et aux Etats Unis.

6. Notice individuelle de Marius Cocou.

Date de naissance. 19/10/1954.

Lieu de naissance. Ploiesti (Roumanie).

Formation.

- Master de Mécanique des Solides, Faculté de Mathématiques, Université de Bucarest (1979).

- Doctorat ès Sciences Mathématiques, Spécialité Mécanique des Solides, de l'Université de Bucarest (1991).

Poste détenu actuellement. Professeur à l'Université d'Aix-Marseille.

Stages à l'étranger comme professeur invité en Suède, Grèce, Espagne, Portugal, République Tchèque et Roumanie.

7. Notice individuelle de Frédéric Lebon.

Date de naissance. 22/03/1961.

Lieu de naissance. Marseille (France).

Formation.

- Maîtrise en Mathématiques Appliquées à l'Université de Provence (1984).

- Doctorat de l'Université de Provence, France (1989).

Poste détenu actuellement. Professeur de Classe Exceptionnelle à l'Université d'Aix-Marseille.

Stages à l'étranger comme professeur ou chercheur invité en Italie, Roumanie, Brésil, Argentine, Cuba et Colombie.