

# Projet de Recherche

**1. Titre:** Méthodes de Décomposition de Domaine pour les Problèmes de Contact avec Frottement

**2. Participants:** Lori Badea (Institut de Mathématiques "Simion Stoilow" de l'Académie Roumaine), Marius Cocou et Frédéric Lebon (Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique CNRS et Université d'Aix-Marseille)

## **3. Description du projet:**

### *3.1. Résultats précédents*

Cette proposition est une continuation du Projet LEA Math-Mode qui s'est déroulé entre 2008 et 2009 avec les mêmes participants. Ce projet a eu comme but principal l'étude théorique de la convergence des méthodes de Schwarz (y compris à plusieurs maillages) pour les inéquations variationnelles et quasi-variationnelles de deuxième espèce et de les appliquer à la résolution numérique des problèmes de contact avec frottement non local. Nous décrivons dans la suite notre activité scientifique dans le cadre de cette coopération.

[1] L. Badea, One- and Two-Level Domain Decomposition Methods for Nonlinear Problems, in B.H.V. Topping, P. Iványi, (Editors), Proceedings of the First International Conference on Parallel, Distributed and Grid Computing for Engineering, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 6, 2009. doi:10.4203/ccp.90.6.

Evidemment, le problème que nous avons étudié est un problème non linéaire, et dans ce papier, nous synthétisons quelques résultats concernant le taux de convergence des méthodes de décomposition des domaines à deux maillages pour certaines classes de problèmes non linéaires : inéquations variationnelles qui concernent des opérateurs non linéaires ou des contractions, inéquations variationnelles de deuxième espèce et inéquations quasi-variationnelles. En outre, nous vérifions que les taux de convergence obtenus par les expériences numériques sont vraiment en concordance avec ceux théoriques. Nous illustrons comparativement les taux de convergence des méthodes à un et deux maillages par des expériences numériques pour la solution du problème à deux obstacles d'une membrane élastique non linéaire.

[2] L. Badea and M. Cocou, Approximation results and subspace correction algorithms for implicit variational inequalities, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S (DCDS-S), accepted for publication.

[3] L. Badea and M. Cocou, Approximation results for quasistatic contact problems, communication présentée à ECCM 2010, IV European Conference on Computational Mechanics, Paris, France, May 16-21, 2010.

Dans ces deux travaux nous nous intéressons à l'analyse mathématique et numérique d'un système composé de deux inéquations d'évolution variationnelles. Cette étude représente

une approche unifiée pour les problèmes quasi-statiques de contact en élasticité linéarisée et constitue une généralisation des cas étudiés séparément. En utilisant un schéma implicite de discrétisation en temps et des estimations pour les solutions incrémentales, des résultats de convergence et d'existence sont prouvés pour une classe d'inéquations d'évolution variationnelles implicites avec un opérateur non linéaire. Pour résoudre les inéquations quasi-variationnelles elliptiques de deuxième espèce générales qui sont obtenues par la procédure incrémentale précédente, certains algorithmes de correction par sous-espaces sont introduits, pour lesquels nous prouvons la convergence et estimons l'erreur. Si ces sous-espaces sont des espaces d'éléments finis associés à une décomposition du domaine sur le maillage fin, ou à l'espace correspondant au maillage grossier, ces algorithmes sont en fait des méthodes de Schwarz à un et deux niveaux de discrétisation. Ces méthodes ont un taux de convergence optimal, en fonction du recouvrement des sous-domaines et des paramètres du maillage. Les méthodes de Schwarz sont largement appliquées pour résoudre les problèmes linéaires, parce qu'elles fournissent des méthodes robustes et efficaces. Notre approche généralise ces méthodes aux problèmes non linéaires comme, par exemple, les inéquations quasi-variationnelles et les inéquations d'évolution variationnelles implicites.

### *3.2. Résultats envisagés dans le nouveau projet.*

1. Les résultats précédents sont appliqués à un problème quasi-statique de contact unilatéral avec frottement non local. Nous nous proposons de continuer notre étude pour d'autres problèmes quasi-statiques de contact qui peuvent être analysés, y compris le contact avec frottement utilisant une loi de compliance normale ou le contact unilatéral avec des lois d'interaction plus complexes, comme, par exemple, les lois d'interface couplant le contact unilatéral, l'adhérence et le frottement non local entre deux corps élastiques.

2. Une approche différente du problème de contact avec frottement est obtenue à partir de la formulation en contraintes du problème. Cette approche est peu utilisée et a beaucoup d'avantages du point de vue du calcul numérique, mais étant tout à fait nouvelle, présente beaucoup de difficultés. La première difficulté est même la formulation de la méthode. Dans le cas primal, en déplacements, les fonctions de l'espace  $H^1$  ont une trace sur la frontière et les méthodes de Schwarz transfèrent, pendant l'itération, les valeurs de la solution d'un sous-domaine à la solution des sous-domaines voisins. Mais l'approche duale utilise l'espace  $L^2$  où la trace n'existe pas. Cette difficulté peut être dépassée en interprétant les méthodes de Schwarz comme des méthodes de correction par sous-espaces. Nous nous proposons de montrer que la méthode de Schwarz à un seul maillage converge pour les problèmes de contact unilatéral avec frottement.

Des résultats partiels dans les deux directions de recherche présentées ci-dessus ont été déjà obtenus (soit dans le cadre de l'ancien projet LEA Math-Mode, entre 2008-2009, soit ultérieurement) par les auteurs de cette proposition. Un nouveau projet nous permettra de continuer ces recherches et de les finaliser.

### **4. Visites envisagées:**

Lori Badea - à Marseille - 2 semaines en 2012 (entre juillet et septembre) et 2 semaines en 2013.

Marius Cocou - à Bucarest - 2 semaines en 2012 (entre avril et septembre) et 2 semaines en 2013.

Frédéric Lebon - à Bucarest - 1 semaine en 2012 (entre octobre et décembre) et 1 semaine en 2013.

**5. Financement demandé au L.E.A.:** Frais de voyage, frais d'hébergement et per diem pour 10 semaines de séjour, 4 semaines en France et 6 semaines en Roumanie.

**6. Notice individuelle de Lori Badea.**

(un CV détaillé ainsi qu'une liste des publications peuvent être consultés à l'adresse <http://www.imar.ro/lbadea>)

*Date de naissance.* 09/08/1948.

*Lieu de naissance.* Visinesti (Roumanie).

*Formation.*

- Maîtrise en Mathématiques à la Faculté de Mathématiques de l'Université de Bucarest (1971).

- Doctorat de l'Université Paris 6, France (1992).

*Poste détenu actuellement.* Directeur de Recherche de première classe à l'Institut de Mathématiques "Simion Stoilow" de l'Académie Roumaine.

*Distinctions.* Prix "Spiru Haret" de l'Académie Roumaine, Section de Mathématiques (2001).

*Stages à l'étranger* comme professeur ou chercheur invité en France, Allemagne, Suisse, Norvège et aux Etats Unis.

**6. Notice individuelle de Marius Cocou.**

*Date de naissance.* 19/10/1954.

*Lieu de naissance.* Ploiesti (Roumanie).

*Formation.*

- Master de Mécanique des Solides, Faculté de Mathématiques, Université de Bucarest (1979).

- Doctorat ès Sciences Mathématiques, Spécialité Mécanique des Solides, de l'Université de Bucarest (1991).

*Poste détenu actuellement.* Professeur à l'Université d'Aix-Marseille.

*Stages à l'étranger* comme professeur invité en Suède, Grèce, Espagne, Portugal, République Tchèque et Roumanie.

**7. Notice individuelle de Frédéric Lebon.**

*Date de naissance.* 22/03/1961.

*Lieu de naissance.* Marseille (France).

*Formation.*

- Maîtrise en Mathématiques Appliquées à l'Université de Provence (1984).

- Doctorat de l'Université de Provence, France (1989).

*Poste détenu actuellement.* Professeur de première classe à l'Université d'Aix-Marseille.

*Stages à l'étranger* comme professeur ou chercheur invité en Italie, Roumanie, Brésil, Argentine, Cuba et Colombie.