

Evaluation de fonctions de matrices et algorithmes pararéels

L. Badea (Bucarest), J.-P. Chehab (Amiens), M. Petcu (Poitiers)

7 juin 2012

Table des matières

1	Motivations et effet déclencheur	2
1.1	Motivations	2
1.2	Effet déclencheur	2
1.3	Facteurs de réussite du projet	3
2	Participants	3
3	Visites envisagées	3
4	Environnement scientifique	4
4.1	Publications connexes au sujet	4
4.2	Moyens de calcul	4
5	Résultats attendus	4
6	Annexe - court CV des participants	6

Equipe

1. A Amiens : J.-P. Chehab (Prof.)
2. A Poitiers : M. Petcu (MCF, HDR)
3. A Bucarest : L. Badea (Prof.)

1 Motivations et effet déclencheur

1.1 Motivations

L'évaluation numérique efficace de fonctions de matrices, comme la résolution d'équations matricielles que nous n'abordons pas ici, est un des thèmes actuels majeurs en algèbre linéaire numérique : ce problème intervient dans de nombreuses situations, citons par exemple l'approximation numérique d'opérateurs non locaux, tels les puissances fractionnaires de $-\Delta$; l'approximation creuse de générateur infinitésimaux $\exp(-tA)$ [7] ; le calcul de racines de matrices [1]. Le livre de Nick Higham [15] contient une présentation générale de ces problèmes.

Les équations différentielles offrent un moyen d'identifier l'objet à calculer, notons-le $F(A)$, où A est la matrice considérée, comme un état de la solution, en temps fini ou asymptotiquement si l'on dispose de bonnes propriétés de stabilité. Suivant cette approche, il a été proposé de calculer des approximations creuses d'inverses de matrices en intégrant numériquement un flot de matrices creuses [8]. Cette approche s'applique plus généralement à l'évaluation de $F(A)$.

Dès lors, disposant d'un système différentiel dont $F(A)$ est une solution asymptotiquement stable, il devient possible de calculer numériquement $F(A)$ au moyen d'un schéma numérique explicite. L'efficacité de la méthode repose donc à la fois sur les propriétés dynamiques du modèle et sur l'algorithme de résolution.

Depuis une décennie, les méthodes pararéelles se sont imposées comme un moyen d'intégrer numériquement en temps, et en parallèle, des problèmes d'ordre un et même d'ordre deux, nous renvoyons à [13, 14]. Il s'agit en deux mots de méthodes de tir multi-pas, chaque pas pouvant être résolu en parallèle. Les applications visées jusqu'à présent portent plutôt sur la résolution d'équations paraboliques non linéaires, les problèmes plus spécifiquement d'algèbre linéaire numérique sont peu ou pas du tout abordés.

Le présent projet se propose donc de développer la mise en œuvre d'algorithmes pararéels sur des modèles dynamiques, en vue d'obtenir l'évaluation numérique efficace d'une fonction de matrice. Les applications visées concernent le calcul d'approximation de puissances fractionnaires d'opérateurs intervenant dans des problèmes de physique mathématique.

1.2 Effet déclencheur

L'effet déclencheur repose sur la complémentarité des compétences des participants dans ce même sujet : Jean-Paul Chehab travaille sur la résolution numérique de systèmes non linéaires, qui peuvent se présenter aussi comme équations matricielles en partant d'une

modélisation par équations différentielles du premier ordre [8, 9, 10, 11, 12]; Madalina Petcu lors de son post-doc à l'Université de Genève a travaillé avec Martin Gander sur l'adaptation des méthodes parallèles pour les problèmes du second ordre [14]. Enfin, une partie des thématiques de recherche de Lori Badea est très proche des besoins techniques nécessaires pour le projet, nous citons ici les compétences dans le calcul parallèle ainsi que dans les méthodes de décomposition de domaine, voir e.g. [2, 3, 4, 5, 6].

1.3 Facteurs de réussite du projet

Outre les complémentarités techniques déjà évoquées plus haut, les participants se connaissent personnellement (M. Petcu et J.-P. Chehab d'une part, M. Petcu et L. Badea d'autre part) et chacun d'eux a eu l'occasion de visiter un des potentiels laboratoires partenaires :

Lori Badea connaît l'équipe d'analyse numérique et EDP de Poitiers, il a participé récemment au congrès franco-roumain (2010) qui a eu lieu à Poitiers.

Jean-Paul Chehab a participé en 2008 au programme LEA-Maths mode en animant du côté français le projet *Filtres multiniveaux et équations dispersives - décomposition multiéchelles et stabilisation*, entre le laboratoire de Mathématiques d'Amiens (LAMFA UMR CNRS 7352) et l'Institut Stoilow, à Bucarest ; il y a fait deux séjours (en octobre 2009 et en novembre 2010). Par ailleurs, J.-P. Chehab connaît bien l'équipe d'analyse numérique et EDP de Poitiers, il y compte des co-auteurs et s'y est rendu à plusieurs reprises pour de séminaires (2009) et aussi pour le congrès franco-roumain (2010).

Madalina Petcu connaît bien l'équipe d'analyse numérique et EDP d'Amiens étant invitées pour plusieurs séminaires, elle connaît aussi l'équipe d'analyse numérique et EDP de l'Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine en étant membre de l'équipe.

2 Participants

les participants sont :

Du côté français : Jean-Paul Chehab (Prof., Amiens) et Madalina Petcu (Mdc HDR, Poitiers)

Du côté roumain : Lori Badea (Prof., Institut Simion Stoilow, Bucarest)

3 Visites envisagées

Pendant la période du projet, plusieurs visites sont préconisées pour pouvoir permettre aux trois membres de l'équipe de mieux interagir. Ainsi :

1. Une semaine de visite de Lori Badea soit à l'Université de Poitiers soit à l'Université d'Amiens
 - (a) dépenses de voyage : 300 EUR
 - (b) per diem : 90 EUR X 7 = 630 EUR
2. Une semaine de visite de Jean-Paul Chehab à l'Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine
 - (a) dépenses de voyage : 300 EUR
 - (b) per diem : 90 EUR X 7 = 630 EUR

3. Une semaine de visite de Madalina Petcu à l'Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine
 - (a) dépenses de voyage : 300 EUR
 - (b) per diem : $90 \text{ EUR} \times 7 = 630 \text{ EUR}$
4. Une semaine de rencontre vers la fin du projet à l'Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine
 - (a) dépenses de voyage pour Jean-Paul Chehab et Madalina Petcu : $300 \text{ EUR} \times 2 = 600 \text{ EUR}$
 - (b) per diem : $2 \times 90 \text{ EUR} \times 7 = 1260 \text{ EUR}$

Nous chercherons à financer en partie cette rencontre en faisant appel à d'autres sources (service scientifique de l'ambassade de France par exemple)

Total dépenses : entre 3400 et 4650 EUR

4 Environnement scientifique

4.1 Publications connexes au sujet

Se reporter à la liste se trouvant à la fin du présent document.

4.2 Moyens de calcul

L'Université de Picardie Jules Verne (UPJV) bénéficie de la mise sur pied d'une plate forme de calcul dont les caractéristiques sont

- Un calculateur SMP (mémoire partagée) de 40 cpu bi-processeurs,
- 160 Go de mémoire.
- Un cluster de 30 cpu bi-processeurs et 4 Go de mémoire par cpu.
- Un mini-cluster G5 (existant) de 7 processeurs.
- Baies de stockage.
- Stations graphiques.

voir aussi <http://www.mathinfo.u-picardie.fr/asch/f/MeCS/index.html>

Le laboratoire de mathématiques de l'université de Poitiers possède une bibliothèque importante, soutenue par le laboratoire, qui y affecte une part très importante de son budget, venant de l'Université, le Ministère et la Région. Le laboratoire dispose aussi de moyens de calcul substantiels pour la réalisation de la partie validation numérique du projet.

5 Résultats attendus

Comme retombées directes du projet, nous attendons

- rédaction d'articles, écriture de programmes informatiques
- exposés et mini-cours
- organisation d'une rencontre de fin de projet.

L'obtention de ce LEA nous permettrait d'envisager la mise sur pied de projets plus importants, impliquants davantage d'acteurs. Par ailleurs, nous voudrions qu'il puisse servir de point de départ pour des actions de formation par la recherche (cours au niveau master, thèses en co-tutelles), a cet effet, on peut envisager une convention entre établissements pour définir une cadre.

Références

- [1] B. de Abreu et M. Raydan, Residual methods for the large-scale matrix p -th root and some related problems, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 217, 650-660 (2010).
- [2] L. Badea, An additive Schwarz method for the constrained minimization of functionals in reflexive Banach spaces. *Domain decomposition methods in science and engineering XVII*, 427–434, *Lect. Notes Comput. Sci. Eng.*, 60, Springer, Berlin, (2008)
- [3] L. Badea, Schwarz methods for inequalities with contraction operators. *J. Comput. Appl. Math.* 215, no. 1, 196219, (2008)
- [4] L. Badea, Domain decomposition method for fixed-point problems. *An. Univ. Bucuresti Mat.* 55, no. 1, 516, (2006)
- [5] L. Badea, On the Schwarz-Neumann method with an arbitrary number of domains. *IMAJ. Numer. Anal.* 24, no. 2, 215238, (2004)
- [6] L. Badea, On a multiplicative Schwarz domain decomposition method for variational inequalities. *Current topics in continuum mechanics. II*, 11–40, Ed. Acad. Romane, Bucharest, (2003)
- [7] M. Benzi et N. Razouk, Decay Bounds and $O(N)$ Algorithms for Approximating Functions of Sparse Matrices, *ETNA (Electronic Transactions on Numerical Analysis)*, 28 (2007), pp. 16–39. Special volume in honor of Gene Golub.
- [8] J.-P. Chehab, Differential equations and inverse preconditioners, *Computational and Applied Mathematics*, Vol 26, N1, pp 1–34 (2007)
- [9] J.-P. Chehab et J. Laminie, Differential equations and solution of linear systems, *Numerical Algorithms*, 40, 103–124 (2005).
- [10] J.-P. Chehab et M. Raydan, Implicit and adaptive inverse preconditioned gradient methods for nonlinear problems, *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 55, 1, 32–47, (2005)
- [11] J.-P. Chehab et M. Raydan, Preconditioned residual methods for solving steady fluid flows, *ETNA*, Vol 33, 136–151, (2009)
- [12] J.-P. Chehab et M. Raydan, An implicit preconditioning strategy for large-scale generalized Sylvester equations, *Applied Mathematics and Computation*, 217 (2011), no. 21, 8793–8803
- [13] M. Gander et S. Vandewalle, Analysis of the parareal time-parallel time-integration method, *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 29, No. 2, pp. 556–578, (2007)
- [14] M. Gander et M. Petcu, Analysis of a Krylov subspace enhanced parareal algorithm for linear problems. *ESAIM Proc*, 25 :114–129, November 25, (2008)
- [15] N. Higham, *Functions of Matrices : Theory and Computation*, SIAM, 2008. xx+425 pages

6 Annexe - court CV des participants

Badea, Lori

Professeur

Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine

21, Calea Grivitei, Sector 1, 010702 Bucarest, Roumanie

Nationalité roumaine

Mél : Lori.Badea@imar.ro

URL : <http://www.imar.ro/~lbadea/>

mots clés : analyse numérique pour problèmes non linéaires et pour derivatives financiers, calcul parallèle, méthodes de décomposition de domaine

Parcours

- 1996–présent, Chercheur gr. 1, Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine, Bucarest, Roumanie
- 1990–1996, Chercheur, Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine, Bucarest, Roumanie
- 1975–1990, Chercheur, Institute of Power Studies and Designs, Bucarest, Roumanie
- 1975–1975, Chercheur, Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine, Bucarest, Roumanie
- 1971–1974, Ingénieur de système, Institut Centrale d'Informatique, Bucarest, Roumanie

Formation

- 1992, Ph.D., Pierre et Marie Curie University, Paris 6, France
Titre : *On the parallel computing in elasto-plasticity by the Schwarz domain decomposition method*
Sous la direction de : M. Predeleanu
Jury : G. Duvaut (président), P. Le Tallec (rapp.), Q. S. Nguyen (rapp.), P. Ladevze, P. L. Lions, J. F. Maitre, M. Predeleanu
- 1971, M.S., University of Bucharest, Faculty of Mathematics and Mechanics
- 1966, High school graduation, High School no. 2 in Barlad, Romania

Affiliations et d'autres activités

- Membre de AMS.
- Membre de Editorial Board of Mathematics and its Applications / Annals of AOSR.
- Membre de International Program Committee of The Second International Conference on Parallel, Distributed, Grid and Cloud Computing for Engineering Ajaccio, Corsica, France, 12-15 April 2011.
- Membre de International Program Committee of the First International Conference on Parallel, Distributed and Grid Computing for Engineering, Pecs, Hungary, 6-8 April 2009.
- Responsable du projet Laboratoire Européen Associé CNRS Franco-Roumain (LEA Math-Mode) en coopération avec le Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique CNRS et Université de Provence (Aix-Marseille 1) pour le projet "Méthodes de Décomposition de Domaine pour les Problèmes de Contact avec Frottement" (2008-2009).
- Expert pour Romanian Education and Research Ministry (included in National Register of Experts in higher education and research, 2005-présent).

- Collaborateur dans Research Group on Domain Decomposition Methods for Nonlinear Problems. Applications in Applied Sciences and Engineering with Department of Mathematics, University of Bergen, Norway, under the contract nr. ICA1-CT-2000-70022 with the European Commission (2001-2004).
- Membre de International Program Committee of the Third IMACS International Symposium on Iterative Methods in Scientific Computation, Jackson, Wyoming, USA, July 9-12, 1997.

Publications liées au projet :

- L. Badea, An additive Schwarz method for the constrained minimization of functionals in reflexive Banach spaces. Domain decomposition methods in science and engineering XVII, 427–434, Lect. Notes Comput. Sci. Eng., 60, Springer, Berlin, (2008)
- L. Badea, Schwarz methods for inequalities with contraction operators. J. Comput. Appl. Math. 215, no. 1, 196–219, (2008)
- L. Badea, Domain decomposition method for fixed-point problems. An. Univ. Bucuresti Mat. 55, no. 1, 5–16, (2006)
- L. Badea, On the Schwarz-Neumann method with an arbitrary number of domains. IMA J. Numer. Anal. 24, no. 2, 215–238, (2004)
- L. Badea, On a multiplicative Schwarz domain decomposition method for variational inequalities. Current topics in continuum mechanics. II, 11–40, Ed. Acad. Romane, Bucharest, (2003)

Chehab, Jean-Paul

Professeur

Université de Picardie Jules Verne

LAMFA UPJV-CNRS UMR 6140.

Né le 3 décembre 1964 à Paris XIV ième

Nationalité française

Mél : jean-paul.chehab@u-picardie.fr

URL : <http://www.mathinfo.u-picardie.fr/chehab>

mots clés : analyse numérique des EDP, calcul scientifique, méthodes multinationaux, algèbre linéaire numérique

Parcours

- Octobre 2007 – obtention de la PEDR
- Septembre 2007 – Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne
- Juin 2004 Habilitation à diriger les recherches, *Sur des méthodes multinationaux en différences finies pour la résolution de problèmes elliptiques et paraboliques* ;
Jury : Jacques Blum (rapp.), Claude Brezinski, Albert Cohen (Pres.), Thierry Goudon, Jacques Laminie, Yvon Maday (rapp.), Yousef Saad (rapp.), Roger Temam.
- 2001-2005 obtention de la PEDR
- septembre 2001-septembre 2002, obtention d'une année de CRCT
- 1999 promotion à la première classe des MCF (CNU)
- 1995(-2007) Maître de Conférences à l'Université des Sciences et Technologies de Lille
- 1993 Thèse en Mathématiques *Méthode des inconnues incrémentales. Applications au calcul des bifurcations*, soutenue le 21 janvier 1993 à l'Université Paris-Sud, Orsay, mention très honorable, dirigée par le Professeur Roger Temam.
Jury : J.-P. Boujot (rapp.), M. Crouzeix (rapp.), C. Jouron, I. Kevrekidis, J. Laminie, B. Scheurer, R. Temam

Invitations et séjours

- Sept.-Dec. 1994 séjour post-doctoral à l'Université de l'Indiana, Bloomington (USA)
- Sept. 2001, Université Indiana, Bloomington
- Octobre 2000 et Janvier 2002, invitation au laboratoire de Mathématiques appliquées de l'Université Fédérale de Rio de Janeiro (Brésil)
- Juillet 2003, Juillet 2004, Février 2009 Université Centrale du Venezuela, Caracas (Vénézuéla) ; avril 2012 séjour l'Université Simon Bolivar, Caracas, Venezuela
- Novembre 2006, 2007 et 2008 séjour à la Faculté des Sciences et Techniques (FST) de Marrakech
- Octobre 2009 et Novembre 2010, séjour à l'Institut Simion Stoilow, Bucarest.

Participation à des projets de recherche internationaux :

- (2006-2008) Porteur du Projet INRIA Méditerranée 3+3 MASOH (modélisation analyse et simulation des ondes hydrodynamiques), voir aussi
<http://www.mathinfo.u-picardie.fr/chehab/MASOH/masoh.html>
- (2011) Porteur du projet "Echange de chercheurs" CNRS/FONACIT avec l'Université Simon Bolivar, Caracas
- (2011-2012) porteur du projet PHC Galileo avec le Politecnico di Milano

- Co-organisateur (avec M. Raysan, USB, Caracas) de l'école d'été CIMPA à l'Université Simon Bolivar (USB) à Caracas, Venezuela (16-27 avril 2012)

Publications liées au projet :

- 1 J.-P. Chehab, Differential equations and inverse preconditioners, Computational and Applied Mathematics, Vol 26, N1, pp 1-34 (2007)
- 2 J.-P. Chehab et J. Laminie, Differential equations and solution of linear systems, Numerical Algorithms, 40, 103-124 (2005).
- 3 J.-P. Chehab et M. Raydan, Implicit and adaptive inverse preconditioned gradient methods for nonlinear problems, Applied Numerical Mathematics, Vol. 55, 1, p 32-47, (2005)
- 4 J.-P. Chehab et M. Raydan, Preconditioned residual methods for solving steady fluid flows, ETNA, Vol 33, pp136-151, (2009)
- 5 J.-P. Chehab et M. Raydan, An implicit preconditioning strategy for large-scale generalized Sylvester equations, Applied Mathematics and Computation, 217 (2011), no. 21, 8793-8803

Petcu, Madalina

MCF, HDR

Université de Poitiers

Laboratoire de Mathématiques et Applications, UMR 7348.

Née le 9 novembre 1976 à Ploiesti, Roumanie

Nationalité roumaine

Mél : madalina.petcu@math.univ-poitiers.fr

URL : <http://www-math.sp2mi.univ-poitiers.fr/~petcu/>

mots clés : analyse théorique et numérique des EDP, calcul parallèle, dynamique des systèmes infini-dimensionnels

Parcours

- 1er Septembre 2007–présent : Maître de conférences à l'Université de Poitiers, France
- 1er Novembre 2006–Août 2007 : Assistant post-doctorant à l'Université de Genève, Suisse
- 1er Janvier–30 Août 2006 : ATER à l'Université Paris-Sud, Orsay, France
- depuis 2000 : Chercheur assistant à l'Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine, Bucarest, Roumanie
- Automne 2005 : Teaching instructor au Department of Mathematics, Indiana University, Bloomington, USA
- 2001 2006, 2008 2012 : Visiting Research Associate à l'Institute for Scientific Computing and Applied Mathematics, Indiana University, Bloomington, USA

Formation

- 2011 : Habilitation à diriger des recherches (Université de Poitiers)
Date de soutenance : 8 Décembre 2011.
Titre : *Modélisation, analyse théorique et numérique de certaines équations de la mécanique et de la physique*
Soutenue devant le jury : Pierre Fabrie, Martin Gander, Olivier Goubet (rapporteur), Alain Miranville, Frédéric Pascal, James Robinson (rapporteur), Jean-Michel Rakotonson, Roger Temam
- 2002–2005 : Thèse de Mathématiques en co-tutelle à l'Université ParisSud, Orsay, France (sous la direction de R. Temam) et à l'Université de Bucarest (sous la direction de G. Dinca).
Date de soutenance : Mai 2005.
Titre : *Régularité et asymptotique pour les Equations Primitives*
Soutenue devant la commission d'examen : François Alouges, Jacques Blum, Benoît Desjardins (rapporteur), George Dinca, Isabelle Gallagher (rapporteur), Jacques Laminie, Roger Temam

Participation à des projets de recherche :

Membre du projet PRES entre le Laboratoire de Mathématiques et Applications UMR 6086 de Poitiers et le Laboratoire Mathématiques, Images et Applications EA 3165 de La Rochelle (durée : 1 an, de janvier à décembre 2010)

- financement partie Poitiers : 4572 EUR pour un total de 11 participants
- responsables : A. Miranville, M. Arnaudon, L. Cherfils et J.-C. Breton)

Primes

- PEDR à partir de 2008
- 2010–2011 obtention d'un semestre de délégation CNRS
- 2011–2012 obtention d'un semestre de CRCT CNU

Activités d'animation de la recherche

- Co-organisateur d'une session spéciale "Advances in Classical and Geophysical Fluid Dynamics" à l'occasion de la 9ème Conférence Internationale AIMS, Juin 2012, Orlando, Florida, USA
- Organisateur du symposium "Primitive Equations of the Ocean and of the Atmosphere" à l'occasion du congrès "Mathematical Fluid Dynamics", Juin 2010, Rennes
- Organisateur local pour le Colloque Franco-Roumain, Août 2010, Poitiers

Publications liées au projet :

- M. Gander et M. Petcu, Analysis of the modified parareal algorithm for second-order ordinary differential equations, AIP Conference Proceedings : Numerical Analysis and Applied Mathematics, 233-236, (2007)
- M. Gander et M. Petcu, Analysis of a Krylov subspace enhanced parareal algorithm for linear problems. ESAIM Proc, 25 :114-129, November 25, (2008)