

## RAPORT

PROJET:

*Inverse scattering transform for the Camassa-Holm equation*

PARTICIPANTS. Ingrid Belitiță, CS III Institute of Mathematics of the Romanian Academy

Renata Bunoiu, Maître de Conférences, Laboratoire de Mathématiques et Applications de Metz (Unité Mixte de Recherche 7122 du CNRS) Université de Lorraine - Metz.

1. Dans ce projet, Renata Bunoiu a visité IMAR du 16 au 20 septembre 2012, quand nous avons commencé le travail sur le résultats que nous présentons ci-dessous.

2. On a étudié une problème inverse de diffusion qui est associée à l'équation de Camassa-Holm,

$$(1) \quad \psi'' = \left( \frac{1}{4} + \lambda(m+1) \right) \psi,$$

sur la droite réelle. On a considéré la situation où la fonction  $m$  est bornée et décroît à l'infini, et  $m+1 \geq c_0 > 0$ . Pour  $\operatorname{Re} \lambda > 0$  et  $k = \sqrt{\lambda - 1/4}$ , il existe des solutions uniques de (1) telles que

$$\begin{aligned} \psi_1(x, k) &\sim e^{ikx}, & x \rightarrow \infty, \\ \psi_2(x, k) &\sim e^{-ikx}, & x \rightarrow -\infty. \end{aligned}$$

On a alors des constantes  $R_1(k)$ ,  $R_2(k)$ ,  $T_1(k)$  and  $T_2(k)$  déterminées par  $m$  et  $\lambda$  telles que

$$\begin{aligned} \psi_1(x, k) &\sim \frac{1}{T_2(k)} e^{ikx} + \frac{R_2(k)}{T_2(k)} e^{-ikx}, & x \rightarrow -\infty, \\ \psi_2(x, k) &\sim \frac{1}{T_1(k)} e^{-ikx} + \frac{R_1(k)}{T_1(k)} e^{ikx}. & x \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

Les  $R_1(k)$  et  $R_2(k)$  sont les coefficients de réflexion, et  $T_1(k)$  et  $T_2(k)$  les coefficients de transmission. Sous des bonnes conditions sur la décroissance de  $m$ , on peut aussi avoir un ensemble fini  $\{\lambda_j\}_j$  de valeurs propres pour (1). La problème inverse de diffusion est de déterminer  $m$  à partir de l'un des coefficients de réflexion, les valeurs propres et le constant and les constantes de normalisation correspondantes.

On a obtenu des résultats de unicité et continuité par pour la problème inverse considérée, basés sur une analyse des propriétés des coefficients de diffusion, et un nouveau résultat sur l'unicité des fonctions de Nevanlinna dans un demi-espace. On a ainsi amélioré considérablement les résultat d'un pre-publication,

I. Belitiță, A note on an inverse scattering problem for the Helmholtz equation on the line, arXiv:math/0511401.

Les travaux sont encore en cours, mais une première version doit bientôt apparaître sur arXiv.