

RAPPORT 2009–2010

Projet : *Modélisation Mathématique en Mécanique du Contact -
Analyse, Optimisation et Approche Numérique des Modèles*

LEA Math Mode

Mircea Sofonea / Dan Tiba

Equipes partenaires. Ce projet relie l'Université de Perpignan (France) et l'INSA de Lyon (France), d'une part, et l'IMAR de Bucarest (Roumanie) et l'Université de Craiova (Roumanie), d'autre part.

Missions effectuées. Depuis sa mise en route en janvier 2009, un nombre de 5 missions d'une durée moyenne de 9 jours ont été effectuées dans le cadre de ce projet:

a) en direction France-Roumanie

1. Mircea Sofonea - octobre 2009;
2. Mikael Barboteu - novembre 2010;
3. Mircea Sofonea - novembre 2010.

b) en direction Roumanie-France

1. Dan Tiba - septembre 2009;
2. Andaluzia Matei - novembre 2010.

Résultats obtenus. Les missions effectuées en 2009 et 2010 dans le cadre de ce projet ont permis aux équipes partenaires de continuer l'étude conjointe de nouveaux modèles mathématiques issus de la mécanique du contact. Plus précisément, grâce à la complémentarité de deux équipes, des résultats ont été obtenus dans l'étude théorique (modélisation, formulation variationnelle, existence et unicité de la solution) des modèles statiques de contact élastique ainsi que dans l'étude des problèmes de contact viscoélastique et viscoplastique sur des intervalles de temps non bornés. Par ailleurs, des méthodes numériques de résolution ont été d'élaborées et validées. L'originalité de ces résultats réside d'abord dans l'utilisation de la méthode variationnelle avec contrôle pour l'étude de ces problèmes de contact, aussi bien du point de vue théorique que numérique. De plus, la considération de différentes lois de comportement et d'interface nous a conduit à des modèles mathématiques nouveaux, formulés en terme d'inéquations variationnelles d'évolution. Leur analyse mathématique et numérique constitue un deuxième trait d'originalité des résultats obtenus dans le cadre de ce projet.

Ces résultats ont fait l'objet de 8 publications (2 articles publiés, 1 preprint, 3 articles soumis, 1 article et 1 monographie en préparation), 5 conférences et 3 exposés. Il convient aussi de préciser que ce projet a eu des retombées positives sur le plan de l'encadrement doctoral. En effet, les conférences et les exposés présentés dans le cadre de ce projet ont permis de sensibiliser les doctorants aux problèmes d'analyse non linéaire et numérique liés à l'étude des modèles de contact avec ou sans frottement.

Publications. La liste des publications (articles, preprints, monographies) liant les membres des équipes partenaires dans le cadre de ce projet est la suivante :

a) *Articles publiés:*

1. **M. Sofonea & D. Tiba**, The Control Variational Method for Contact of Euler-Bernoulli Beams, *Bulletin of the Transilvania University of Braşov, Series III: Mathematics, Informatics, Physics 2* (2009), 127–136.
2. **M. Sofonea & D. Tiba**, The Control Variational Method for Elastic Contact Problems, *Annals of AOSR, Series on Mathematics and its Applications 2* (2010), 99–122.

b) *Preprint:*

1. **M. Sofonea & D. Tiba**, The Control Variational Method for Beams in Contact with Deformable Obstacles, *Preprint IMAR* no. 9/2009.

c) *Articles soumis:*

1. **A. Matei & M. Sofonea**, History-dependent Variational Inequalities for Viscoelastic Contact Problems, soumis dans *European Journal of Applied Mathematics*.
2. **M. Barboteu, M. Sofonea & D. Tiba**, Analysis and Numerical Approach of the Contact of Beams, soumis dans dans *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM)*.
3. M. Boureau, **A. Matei & M. Sofonea**, Analysis of a Contact Problem for Electro-elastic-visco-plastic Materials, soumis dans *Communications on Pure and Applied Analysis*.

d) *Articles en préparation:*

1. **M. Barboteu, A. Matei & M. Sofonea**, A Convergence Result for Contact Problems with Elasto-visco-plastic Materials, soumission prévue en mai 2011.

e) *Monographie en préparation:*

1. **M. Sofonea & A. Matei**, *Nonlinear Equations in Contact Mechanics*, monographie rédigée en proportion de 90%, soumission prévue en mars 2011.

Cette monographie d'environ 160 pages est destinée à l'étude des différents types d'équations non linéaires issues de la Mécanique du Contact. Notre but est de réaliser un ouvrage suffisamment complet pour servir de base de travail, en utilisant des méthodes simples et autonomes. Ce manuscrit est conçu pour accompagner des cours d'analyse non linéaire et de mécanique de niveau master. Dans un premier temps une étude abstraite est présentée, incluant des résultats d'existence et d'unicité de la solution; puis, ces résultats sont exemplifiés en considérant différents problèmes de contact avec ou sans frottement.

Conférences. Les conférences données dans le cadre de ce projet sont les suivantes:

1. **D. Tiba**, *The Control Variational Method*, conférence à l'Université de Perpignan, le 16 septembre 2009.
2. **M. Sofonea**, *Modelling and Analysis of Piezoelectric Contact*, conférence à l'IMAR de Bucarest, le 14 octobre 2009.
3. **M. Sofonea**, *Modelling and Analysis of Piezoelectric Contact*, conférence à l'Université de Craiova, le 15 octobre 2009.
4. **M. Sofonea**, *Analysis of a Quasistatic Frictional Contact Problem*, conférence à l'Université de Pétrole et Gaz de Ploiesti, le 4 novembre 2010.
5. **M. Barboteu**, *Modélisation et Analyse Numérique du Contact Piézoélectrique*, conférence à l'IMAR de Bucarest, le 10 novembre 2010.

Organisation de mini-symposium. Mikael Barboteu (Perpignan), Lori Badea (Bucarest) et Andrei Constantinescu (Palaiseau) ont organisé le mini-symposium *Analyse, contrôle et approche numérique en mécanique des solides*, dans le cadre du 10^{ème} Colloque franco-roumain de Mathématiques Appliquées (Poitiers, 26–31 août 2010). Quatre parmi les six chercheurs impliqués dans ce projet y ont participé et ont présenté les résultats de leur collaboration. La liste de leurs exposés est la suivante:

1. **A. Matei & M. Sofonea**, *Sur une classe d'inéquations variationnelles en mécanique du contact*
2. **M. Barboteu, M. Sofonea & D. Tiba**, *Une méthode de contrôle optimal pour le contact des poutres élastiques (I)*.
3. **M. Barboteu, M. Sofonea & D. Tiba**, *Une méthode de contrôle optimal pour le contact des poutres élastiques (II)*.

Perspectives pour 2011. Nous souhaitons continuer cette collaboration fructueuse dans le cadre du projet LEA Math-Mode. Nos objectifs pour 2011 sont les suivants:

1. La rédaction des publications sus-mentionnées et leur soumission pour publication.
2. La diversification de nos résultats théoriques avec l'étude de différents problèmes non linéaires d'évolution.
3. La continuation de l'étude numérique des modèles considérés, incluant l'estimation de l'erreur pour les schémas discrétisés, les algorithmes de calcul et la mise en oeuvre numérique.