

Rapport scientifique
concernant l'activité sur le projet
Méthodes de Décomposition de Domaine pour les Problèmes de
Contact avec Frottement
dans le cadre du LEA Math-Mode

Les participants à ce projet de recherche ont été: Lori Badea (Institut de Mathématiques "Simion Stoilow" de l'Académie Roumaine), Marius Cocou et Frédéric Lebon (Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, CNRS et Université de Provence (Aix-Marseille 1)). Le but principal du projet a été d'étudier la convergence des méthodes de décomposition des domaines pour le problème quasi-statique de contact avec frottement non local. Nous décrivons dans la suite notre activité scientifique dans le cadre de cette coopération.

Résultats obtenus

Evidemment, le problème que nous avons étudié est un problème non linéaire, et dans [1], nous synthétisons quelques résultats concernant le taux de convergence des méthodes de décomposition des domaines à deux maillages pour certaines classes de problèmes non linéaires : inéquations variationnelles qui concernent des opérateurs non linéaires ou des contractions, inéquations variationnelles de deuxième espèce et inéquations quasi-variationnelles. En outre, nous vérifions que les taux de convergence obtenus par les expériences numériques sont vraiment en concordance avec ceux théoriques. Nous illustrons comparativement les taux de convergence des méthodes à un et deux maillages par des expériences numériques pour la solution du problème à deux obstacles d'une membrane élastique non linéaire.

Dans [2] nous nous intéressons à l'analyse mathématique et numérique d'un système composé de deux inéquations d'évolution variationnelles. Cette étude représente une approche unifiée pour les problèmes quasi-statiques de contact en élasticité linéarisée et constitue une généralisation des cas étudiés séparément. En utilisant un schéma implicite de discrétisation en temps et des estimations pour les solutions incrémentales, des résultats de convergence et d'existence sont prouvés pour une classe d'inéquations d'évolution variationnelles implicites avec un opérateur non linéaire. Pour résoudre les inéquations quasi-variationnelles elliptiques de deuxième espèce générales qui sont obtenues par la procédure incrémentale précédente, certains algorithmes de correction par sous-espaces sont introduits, pour lesquels nous prouvons la convergence et estimons l'erreur. Si ces sous-espaces sont des espaces d'éléments finis associés à une décomposition du domaine sur le maillage fin, ou à l'espace correspondant au maillage grossier, ces algorithmes sont en fait des méthodes de Schwarz à un et deux niveaux de discrétisation. Ces méthodes ont un taux de convergence optimal, en fonction du recouvrement des sous-domaines et des paramètres du maillage. Les méthodes de Schwarz sont largement appliquées pour résoudre les problèmes linéaires, parce qu'elles fournissent des méthodes robustes et efficaces. Notre approche généralise ces méthodes aux problèmes non linéaires comme, par exemple, les inéquations quasi-variationnelles et les inéquations d'évolution variationnelles implicites.

Dans [3] les résultats précédents sont appliqués à un problème quasi-statique de contact unilatéral avec frottement non local, mais d'autres problèmes quasi-statiques de contact

peuvent être analysés, y compris le contact avec frottement utilisant une loi de compliance normale ou le contact unilatéral avec des lois d'interaction plus complexes, comme, par exemple, les lois d'interface couplant le contact unilatéral, l'adhérence et le frottement non local entre deux corps élastiques.

Les résultats précédents seront présentés aussi dans [4].

Une approche différente du problème de contact avec frottement est obtenue à partir de la formulation en contraintes du problème. Cette approche est peu utilisée mais elle a beaucoup d'avantages du point de vue du calcul numérique. Dans [5], nous avons considéré l'application des méthodes de décomposition de domaine de Schwarz à la résolution de ce problème. Cette approche est tout à fait nouvelle et présente beaucoup de difficultés. La première difficulté est même la formulation de la méthode. Dans le cas primal, en déplacements, les fonctions de l'espace H^1 ont une trace sur la frontière et les méthodes de Schwarz transfèrent, pendant l'itération, les valeurs de la solution d'un sous-domaine à la solution des sous-domaines voisins. Mais l'approche duale utilise l'espace L^2 où la trace n'existe pas. Cette difficulté a été dépassée en interprétant les méthodes de Schwarz comme de méthodes de correction par sous-espaces. Nous avons montré jusqu'à présent que la méthode de Schwarz à un seul maillage converge pour les problèmes de contact unilatéral et l'article est en cours de rédaction.

Références

[1] L. Badea, One- and Two-Level Domain Decomposition Methods for Nonlinear Problems, in B.H.V. Topping, P. Iványi, (Editors), Proceedings of the First International Conference on Parallel, Distributed and Grid Computing for Engineering, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 6, 2009. doi:10.4203/ccp.90.6

[2] L. Badea and M. Cocou, Approximation results and subspace correction algorithms for implicit variational inequalities, travail dans une forme finale et qui sera soumis pour publication à ZAMP.

[3] L. Badea and M. Cocou, Multiplicative Schwarz methods for quasistatic unilateral contact problems with nonlocal friction, en cours de rédaction.

[4] L. Badea and M. Cocou, Approximation results for quasistatic contact problems, communication qui sera présentée à ECCM 2010, IV European Conference on Computational Mechanics, Paris, France, May 16-21, 2010.

[5] L. Badea and F. Lebon, Schwarz iteration and stress formulation for the contact problems, en cours de rédaction.

Conférences aux séminaires scientifiques

A l'occasion des missions à l'Institut de Mathématiques de l'Académie Roumaine les participants à ce projet ont présenté les conférences suivantes:

1) M. Cocou, Inéquations d'évolution implicites et applications à des problèmes quasi-statiques de contact, séminaire commun de mécanique de l'IMAR et la Faculté de Mathématiques de l'Université de Bucarest, 30 octobre 2008.

2) F. Lebon, Contact et frottement : méthodes duales et estimation d'erreur, séminaire commun de mécanique de l'IMAR et la Faculté de Mathématiques de l'Université de Bucarest, 20 novembre 2008.

Autres activités

Au 10ème Colloque Franco-Roumain de Mathématiques Appliquées qui aura lieu du 26 au 31 Août 2010 à Poitiers, France,

1) L. Badea, avec M. Barboteu, de l'Université de Perpignan, et A. Constantinescu, de l'Ecole Polytechnique, organiseront la session spéciale "Analyse, contrôle et approche numérique en mécanique des solides"

2) M. Cocou, avec S. Tigoiu, de l'Université de Bucarest, organiseront la session spéciale "Méthodes mathématiques en mécanique des solides".