Memoriu de activitate

Marius Buliga*

Acest memoriu este complementar CV-ului, din care poate fi extrasă activitatea mea profesională. Aici mă voi concentra pe subiectele de cercetare de care m-am ocupat. Voi folosi, cu scuzele de rigoare, termenii de matematică în limba engleză, acolo unde nu sunt sigur de echivalentul lor în limba româna.

Am terminat studiile de licenţă pe stil vechi (5 ani), la secţia de Mecanica Solidelor a Facultăţii de Matematică, Universitatea Bucureşti, cu o disertaţie pe tema substratului topologic al diferenţiabilităţii, publicată în articolul [5], subiect reluat mai târziu, cînd am aflat despre geometria sub-
riemanniană. Am lucrat câteva luni ca profesor de informatică la liceul Petru Poni din Bucureşti, apoi am fost asistent de cercetare la Facultatea de Construcţii şi în paralel am ţinut ore (chiar şi un curs de Teoria Relativităţii) la Facultatea de Matematică. După un an şi jumatate am plecat la Ecole Polytechnique, Paris, unde am urmat ultimul an de studii, în cadrul primului "Proiect European" al acestei şcoli. La finalul acestuia am rezolvat complet [1] o problemă deschisă (o problemă inversă de elasticitate într-un domeniu variabil, cu aplicaţii in industria franceză).

Am continuat cu un DEA (master) in Mecanică non-lineară, apoi, din motive personale, am ales să ma întorc in România, unde am intrat la IMAR şi am facut un doctorat in matematică, privind formulări variaţionale legate de functionala Mumford-Shah, spaţiile SBV şi SBD de funcţii "speciale" cu variaţie, respectic deformaţie, marginită, cu aplicaţii in mecanica ruperii fragile. La momentul respectiv subiectul era extrem de nou. Am reuşit [6] sa duc problema de la formularea ei variaţională corectă, pînă primele rezultate numerice, cu aproape zece ani inaintea apariţiei altor rezultate comparabile.

Acest subiect m-a condus spre calculul variaţional pe grupuri de difeomorfisme, un subiect tehnic central in "elasticitate", legat de noţiunea de quasiconvexitate în sens variaţional. Am propus [7] o noţiune de quasiconvexitate multiplicativă şi am demonstrat o teorema de tipul celei a lui Morrey. Subiectul a atras atenţia lui John Ball, de la Oxford, care m-a invitat să fac cîteva expuneri la Institutul de Matematică de acolo.

Totuşi, dupa avansul iniţial, problema caracterizării quasiconvexităţii se dovedea extrem de grea, aşa că, la propunerea lui Tudor Raţiu, interesat în analiză pe grupuri de difeomorfisme, am fost bucuros să vizitez EPFL (Lausanne), pe 3 luni, apoi să continui cu un post doctorat. Nu am avansat, dealtfel conjectura principală, a lui Morrey, este în contunuare deschisă, dar am avut ocazia să aflu de la faţa locului despre subiectul aparent diferit al relatiei de majorizare (via Raţiu) şi despre nişte rezultate recente ale lui Bernard Dacorogna privind acoperirea quasiconvexă unor mulţimi de matrici inversabile. Am legat cele două subiecte şi am propus [8]

*"Simion Stoilow" Institute of Mathematics of the Romanian Academy, PO BOX 1-764,014700 Bucharest, Romania, e-mail: Marius.Buliga@imar.ro

o cale algebrică de studiere a unor probleme de quasiconvexitate. Din pacate nu am reuşit sa public, timp de mulţi ani, această cercetare. Acest fapt, adăugat la dificultăţile precendente de a publica unele rezultate [9] de natura geometrică din mecanica ruperii fragile, împreună cu mediul din Elveţia, extrem de favorabil cercetării, m-au facut să decid ca de acum înainte sa nu mai urmaresc publicarea pe hîrtie, ci in arXiv, lasînd apoi eventualilor cititori să decidă asupra utilităţii articolelor. Era încă mult prea devreme, despre mişcarea Open Access nu auzise aproape nimeni, de abia în ziua de azi acest model începe sa devină viabil (începînd cu ţările cu cercetare valoroasă şi extinzîndu-se încet, încet spre cele în care cercetarea e privită ca un lux inutil, dar un bun prilej de a face comparaţii în diverse clasamente).

La Lausanne am avut norocul să aflu despre geometria sub-riemanniană [2] [27] de la Sergei Vodop'yanov, care vizita EPFL. Am fost uimit să aflu că modele de spaţii cu un calccul diferenţial diferit de cel uzual, de genul celor pe care le căutam in lucrarea mea de licenţă, există in geometria sub-riemanniană. E vorba despre calculul diferenţial al lui Pierre Pansu [28], in grupuri Carnot (grupuri nilpotente graduate care apar ca spaţii tangente, în sensul metric introdus de M. Gromov). Am reluat de atunci subiectul de la licenţă şi, în 2006, am propus noţiunea de spaţiu cu dilatări [10] ("dilatation structure" sau "dilation structure" sau "space with dilations"), după o serie de studii privind grupurile Lie sub-riemanniene [11] [12] [13] (adică studiate din punctul de vedere al structurii de dilatări pe care o posedă, care poate fi cea uzuala, "comutativa", caz în care redescoperim teoria uzuală a grupurilor Lie). Am fost printre organizatorii unui conferinţe anuale tradiţionale in Elveţia, numit Seminarul Borel, dedicat în 2003 geometriei sub-riemanniene, organizat la Berna.

M-am întors la IMAR în 2006, und am inceput să studiez în paralel, doua subiecte de cercetare: structurile de dilatări si bipotenţialele. Al doilea subiect, de analiză convexă, priveşte scrierea unei teorii riguroase din punct de vedere matematic a bipotenţialelor, o noţiune inventată de Berga şi de Saxcé [3] şi aplicată deja în multe probleme inginereşti, fără a avea un suport convingător. E vorba de extinderea, folosind analiza convexă, a rezultatelor clasice ale lui Moreau, Rockafellar privind subgradientul funcţionalelor convexe, dar într-un cadru "neasociat" în care teoria clasică nu funcţionează. Am reusit, într-o serie de lucrări [14] [15] [16] [17] [18] [19] în colaborare cu Gery de Saxcé si Claude Vallée. Cu prilejul acestei colaborări, Gery de Saxcé a reuşit să ma convingă să imi susţin abilitarea franceză (HDR) în 2007, care pîna acum mi-a fost de folos doar in Brazilia, iar in România defel.

În ceea ce priveşte structurile cu dilatări, lucrurile au evoluat în mai multe direcţii. Pe de o parte, am reuşit intr-o serie de lucrări [20] [21] [22] [23], să dau o caracterizare intrinsecă a geometriei sub-riemanniene, raspunzînd astfel unei probleme fundamentale formulate de Gromov în [27]. Pe de altă parte, pentru a simplifica raţionamente complicate cu structurile de dilatări, am introdus [10] un formalism grafic, care foloseşte arbori binari decoraţi. Ori, am înţeles ca acest formalism este de fapt independent de geometria sub-riemanniană, chiar independent de spaţiile metrice. Pe acest drum am ajuns sa descopar "algebrele emergente" [24], care sînt familii de "idempotent right quasigroups", indexate după un parametru dintr-un grup topologic comutativ, care satisfac în plus şi nişte proprietăti de natură analitică.

În 2010-2011 am fost, pentru 6 luni, profesor asociat vizitator la Institutul de Matematică de la UFRJ, Rio de Janeiro. Aici am ţinut un curs de structuri cu dilatări şi am fost invitat să ţin un mini-curs de geometrie sub-riemanniană în cadrul unei şcoli de vară (adica in ianuarie), alături de Bernard Dacorogna şi Wilfrid Gangbo. Eram însă prins deja de subiectul algebrelor emergente, pe care le dezvoltam şi descopeream că sînt legate de subiectul clasic al unor invarianţi de noduri, numiţi ”quandles” [21].

Astfel, cele două subiecte: calcul diferenţial folosind structuri de dilatări, calcul grafic folosind arbori binari decoraţi sau diagrame de noduri, s-au întîlnit pe domeniul ... logicii. Intr-adevăr, eram convins din 2010, cînd am propus asta ca subiect al unei vizite de o lună la IHES, că am nevoie de un calcul logic (adică de genul numit ”computation”) pentru structuri de dilatări. Am fost stimulat apoi de rezultate foarte recente ale lui Breuillard, Green şi Tao [4], privind grupurile aproximative. Într-un sens, structurile mele de dilatări sînt exemple de structuri algebrice aproximative, dar diferite de grupurile aproximative menţionate, însă mai generale (de exemplu am studiat deja spaţii simetrice aproximative [21], privite ca anume algebre emergente). În ceea ce priveşte grupurile aproximative, Breuillard, Green şi Tao au împrumutat tehnici de la logicianul Ehud Hroshovski, pentru a demonstra o teoremă profundă de caracterizare a acestora ca submulţimi in grupuri Carnot, exact aceleaşi care apar în geometria sub-riemaniană.

În prezent studiez acest subiect. Rezultatele obţinute pînă acum consistă in găsirea unui formalism logic, bazat pe ”lambda calculus” (unul din cei doi piloni ai notiunii de ”computation”, alături de masina Turing), care funcţionează pentru algebrele emergente. Acest formalism se numeşte ”graphic lambda calculus” şi este un ”graph rewiting system” care conţine, pe lîngă algebrele emergente, şi lambda calculus, ca şi formalismul diagramelor de noduri. O lucrare [25] care descrie acest formalism va apare in Complex Systems a lui Stephen Wolfram. O aplicaţie neaşteptată a acestui formalism se prefigurează in domeniul biologiei sintetice. Aplicaţia se numeşte ”chemical concrete machine” [26]; exista grupuri de cercetători foarte puternici, din respectivul domeniu, care şi-au arătat interesul. După terminarea a unul-doua articole (pentru matematicieni, dar si pentru biologi sau chimisti) pe acest subiect, mă voi întoarce la algebrele emergente si structurile algebrice aproximative.

Începînd din iunie 2011 am iniţiat open-notebook/blogul chorasimilarity.wordpress.com, în care îmi expun subiectele de cercetare, dar şi opinii privind Open Access şi noi căi de comunicare în cercetare, potrivite cu realitatea zilei de azi (în limba engleză, pentru o mult mai mare diseminare). De aproximativ un an blogul a început să cîştige notorietate, în special printre specialiştii în computer science şi printre activiştii green OA.

References

[1] P. Ballard, M. Buliga, A. Constantinescu, Reconstruction d'un champ de contraintes résiduelles à partir des contraintes mesurées sur des surfaces successives. Existence et unicité. C. R. Acad. Sci., Paris, Sér. II 319, No.10, 1117-1122 (1994)

[2] A. Bellaïche, The tangent space in sub-riemannian geometry, in: Sub-Riemannian Geometry, A. Bellaïche, J.-J. Risler eds., Progress in Mathematics, **144**, Birchuser, (1996), 1-78

[3] A. Berga, G. de Saxcé, Elastoplastic finite element analysis of soil problems with implicit standard material constitutive laws, Rev. Eur. des Eléments Finis **3**(3) (1994), 411-456

[4] E. Breuillard, B. Green, T. Tao, The structure of approximate groups, Publ. Math. IHES, nov. 2012, vol. 116, 115-221, arXiv:1110.5008

[5] M. Buliga, Topological Substratum of the Derivative, Mathematical Reports, 45, **6**, 453-465, (1993)

[6] M. Buliga, Energy Minimizing Brittle Crack Propagation, J. of Elasticity, **52**, 3, 201-238, (1998)

[7] M. Buliga, Lower semi-continuity of integrals with G-quasiconvex potential, Z. Angew. Math. Phys., **53**, 6, 949-961, (2002), arxiv:math/0105097

[8] M. Buliga, Four applications of majorization to convexity in the calculus of variations, Linear Algebra and its Appl., **429**, (2008), 1528-1545

[9] M. Buliga, A priori inequalities between energy release rate and energy concentration for 3D quasistatic brittle fracture propagation, Mathematics and Mechanics of Solids, **16** (2011), no. 3, 265-282

[10] M. Buliga, Dilatation structures I. Fundamentals, J. Gen. Lie Theory Appl., **1** (2007), No. 2, 65-95

[11] M. Buliga, Sub-Riemannian geometry and Lie groups. Part I, (2002), arxiv:math.MG/0210189

[12] M. Buliga, Tangent bundles to sub-Riemannian groups , arXiv:math/0307342

[13] M. Buliga, Sub-Riemannian geometry and Lie groups. Part II. Curvature of metric spaces, coadjoint orbits and associated representations , arXiv:math/0407099

[14] M. Buliga, G. de Saxcé, C. Vallée, Existence and construction of bipotentials for graphs of multivalued laws, J. of Convex Analysis, **15**, 1, (2008) , 087–104, arxiv:math/0608424

[15] M. Buliga, G. de Saxcé, C. Vallée, Bipotentials for non monotone multivalued operators: fundamental results and applications, Acta Applicandae Mathematicae, 110, 2(2010), 955-972, arxiv:0804.1863

[16] M. Buliga, G. de Saxcé, C. Vallée, Non maximal cyclically monotone graphs and construction of a bipotential for the Coulomb's dry friction law, J. of Convex Analysis, **17** (2010), No. 1, 81-94, arxiv:0802.1140

[17] M. Buliga, G. de Saxcé, C. Vallée, Blurred maximal cyclically monotone sets and bipotentials, Analysis and Applications 8 (2010), no. 4, 1-14, arxiv:0905.0068

[18] M. Buliga, G. de Saxcé, C. Vallée, Blurred constitutive laws and bipotential convex covers, Mathematics and Mechanics of Solids, **16**(2), (2011), 161-171 arxiv:0905.0067

[19] G. de Saxcé, C. Vallée, A variational formulation for constitutive laws described by bipotentials, Mathematics and Mechanics of Solids **18**(2013), no. 1, 78-90, arxiv:1110.6598

[20] M. Buliga, Infinitesimal affine geometry of metric spaces endowed with a dilatation structure, Houston Journal of Mathematics, **36** 1 (2010), 91-136, arxiv:0804.0135

[21] M. Buliga, Braided spaces with dilations and sub-riemannian symmetric spaces. in: Geometry. Exploratory workshop on differential geometry and its applications, eds. D. Andrica, S. Moroianu, Cluj-Napoca (2011), 21-35, arxiv:1005.5031

[22] M. Buliga, A characterization of sub-riemannian spaces as length dilation structures constructed via coherent projections, Commun. Math. Anal. **11** (2011), No. 2, 70-111, arxiv:0810.5042

[23] M. Buliga, Sub-riemannian geometry from intrinsic viewpoint, arXiv:1206.309

[24] M. Buliga, Emergent algebras, arXiv:0907.1520

[25] M. Buliga, Graphic lambda calculus, arXiv:1305.5786, acceptată la Complex Systems

[26] M. Buliga, Chemical concrete machine, web tutorial http://chorasimilarity.wordpress.com/chemical-concrete-machine/

[27] M. Gromov, Carnot-Carathéodory spaces seen from within, in the book: Sub-Riemannian Geometry, A. Bellaïche, J.-J. Risler eds., *Progress in Mathematics*, **144**, Birkhäuser, (1996), 79-323

[28] P. Pansu, Métriques de Carnot-Carathéodory at quasiisometries des espaces symetriques de rang un, *Ann. of Math.*, **129** (1989), 1–60