MEMORIU de ACTIVITATE

Daniel Matei

Activitatea mea de cercetarea matematica se desfasoara la Institutul de Matematica "Simion Stoilow" al Academiei Romane (IMAR), unde sunt cercetator stiintific gradul trei (CSIII), din anul 2005. Sunt angajat al institutului din anul 1993 si sunt membru al echipei de "Geometrie si Topologie" conduse de Stefan Papadima. Am obtinut titlul de doctor in matematica in anul 1999, la universitatea Northeastern din Boston, SUA, diploma care a fost echivalata de Ministerul Educatiei si Cercetarii in 2005. Dupa o serie de pozitii postdoctorale in SUA si Japonia am revenit in 2004 la Bucuresti, la IMAR, unde activez full-time. Pe langa activitatea de cercetare si participarea la seminarii si conferinte, sustin in mod regulat, din anul 2007, si cursuri la Scoala Normala Superioara Bucuresti (SNSB).

Incepand cu anul 2006 cercetarea mea a fost finanta de diverse burse si granturi, atat din strainatate, cat si din Romania. Mentionez in particular cele trei contracte de cercetare ale CNCS, cuprinse in programul PNII–IDEI, la care am fost, sau sunt, participant: in perioada 2009-2011, PN-II-ID-PCE-1188-265/2009 (*Invarianti geometrici si cuantici ai varietatilor de dimensiune 3 si aplicatii*, dir. S. Moroianu) si PN-II-ID-PCE-1189-530/2009 (*Conexiuni, stabilitate si aplicatii in geometria algebrica, topologie si teoria grupurilor*, dir. S. Papadima), iar in prezent (2013-2015), PN-II-ID-PCE-2012-4-0156 (*Invarianti analitici si topologici ai varietatilor complexe*, dir. V. Brînzanescu).

Interesele mele matematice curente sunt legate de urmatoarele subiecte: *topologie algebrica* (teoria omotopiei, spatii formale, produse Massey), *topologie geometrica* (trese, spatii de configuratii, noduri, 3-varietati), *topologia varietatilor algebrice* (aranjamente de hiperplane, hipersuprafete, singularitati), *teoria grupurilor* (teoria combinatoriala a grupurilor, grupuri solvabile si nilpotente). Sunt deasemenea interesat de aplicatii ale algebrei, geometriei si topologiei in *probabilitati si statistica*, cat si in *fizica matematica*, in particular la teorie conforma de camp si simetrie in oglinda.

Aria de expertiza

Cercetarea mea matematica este in principal legata de invariantii topologici (dar si analitici) ai varietatilor; atat a celor netede, cat si a celor cu singularitati (in special algebrice). Sunt in mod deosebit interesarat de *topologia complementelor de subvarietati* de codimensiune reala 2, nu neaparat conexe, intr-o varietate data, care este si aria mea de expertiza. Investigatiile mele pornesc de la ideea de a lega domenii aparent diferite ale matematicii, cu scopul de a demonstra rezultate concrete. In particular sunt interesat de *intalnirea dintre aspectele analitic, aritmetic, combinatoric, geometric si topologic*, care apare natural in studiul varietatilor si a singularitatilor lor. Studiul meu considera indeosebi doua situatii geometrice diferite, dar intim legate (vezi J. Milnor): varietati netede reale, respectiv varietati algebrice complexe.

In cazul varietatilor reale, studiez perechi (M, L) de varietati netede (deobicei compacte, fara bord), cu M conexa si L subvarietate de codimensiune 2, nu neaparat conexa (L este o inlantuire de subvarietati, un "link"). Aici avem de a face cu *teoria nodurilor*, situatia clasica fiind $(\mathbb{S}^3, \mathbb{S}^1 \cup ... \cup \mathbb{S}^1)$. In cazul varietatilor algebrice, studiez perechi (V, D) de varietati complexe (sau de germeni de varietati), unde V este deobicei algebrica, ireductibila si neteda, iar D este o hipersuprafata, in general singulara; de exemplu o curba proiectiva in plan $(\mathbb{CP}^2, C)$. Desemenea consider situatia mixta a unei perechi (W, S) de varietati algebrice reale, cu $\operatorname{codim}_W S = 2$.

Fie X *spatiul complement* asociat unei perechi ca mai sus: $X = M \setminus L$, $X = V \setminus D$, resp. $X = W \setminus S$. Interesul meu principal este legat de urmatorii *invarianti topologici* ai lui X, cat si de interactiunea lor cu geometria si combinatorica perechii:

- grupul fundamental $\pi_1(X)$,
- grupurile si algebrele de (co)homologie $H^*(X, \mathbb{K})$ cu diversi coeficienti $\mathbb{K}$,
- grupurile de (co)homologie $H^*(X, V_\rho)$ cu coeficienti locali V_ρ asociati unei reprezentari $\rho : \pi_1(X) \to \mathrm{GL}(V)$,
- grupurile de homotopie de ordin superior $\pi_{\geq 2}(X)$ ca $\pi_1(X)$-module.

Voi prezenta succint in continuare rezultatele mai importante pe care le-am obtinut.

Cercetare finalizata

1. Acoperiri finite. Incepand cu teza mea de doctorat am fost preocupat de *problema enumerarii acoperirilor finite*, etale ale complementului X (si ramificate ale perechii), si a *determinarii homologiei* lor. Astfel, in [23] am descris o procedura de enumerare a caturilor finite solvabile ale unui grup finit prezentat, iar in [3, 17, 20, 22, 24] am descoperit formule de tip Fox-Sakuma pentru primul numar Betti al unei acoperiri abeliene.

2. Aranjamente reale si complexe. In teza [20], si in articolele [21, 25, 26], am studiat grupurile fundamentale si inelele de cohomologie ale complementelor de aranjamente de plane in $\mathbb{R}^4$, si de drepte in $\mathbb{C}^2$, rezolvand cateva probleme puse de G. Ziegler in [29], si aratand ca un rezultat de formalitate al lui T. Kohno din [18] nu are loc peste corpuri finite. Acest studiu comparativ a aratat ca *restrictiile topologice impuse de structura algebrica complexa nu se pastreaza* daca schimbam corpul de baza, sau corpul de coeficienti.

3. Cohomologia complementelor de curbe plane. Pentru X complementul unei curbe $\mathcal{C}$ in $\mathbb{CP}^2$, am studiat relatia intre topologia lui X, incarnata de algebra de cohomologie $H^*(X)$, si combinatorica lui $\mathcal{C}$ codata de singularitile sale. Am aratat in [11] ca $H^*(X, \mathbb{C})$ *depinde doar de combinatorica restransa a lui* $\mathcal{C}$ si am determinat o *prezentare explicita prin generatori si relatii*, reprezentate de forme diferentiale concrete. Mai mult, am aratat ca X este un spatiu formal.

3. Grupurile de homotopie ale varietatilor algebrice netede. Am studiat grupurile de homotopie $\pi_k(X), k \geq 1$ de varietati complexe quasi-proiective netede X, evidentiind atat *teoreme de structura cohomologica* cat si proprietati de *finitudine geometrica* sau *determinare combinatorica* a acestor grupuri. In [4] am obtinut informatii asupra proprietatilor de finitudine ale lui $\pi_1(X)$, si am considerat quasi-proiectivitatea si proiectivitatea grupurilor Artin si ale subgrupurilor lor. In [4, 5] am construit grupuri $\pi_1(\mathbb{CP}^2 \setminus \mathcal{C})$ de tip F_n dar nu si F_{n+1}, pentru orice $n \geq 2$, prin identificarea cu grupurile Bestvina-Brady [10], rafinand astfel rezultate ale lui Dimca-Papadima-Suciu din [12, 14]. In [2] am *clarificat si imbunatit* o teorema a lui Arapura [1], legand locurile de salt ale cohomologiei cu coeficienti locali a lui X de aplicatii holomorfe in curbe orbifold. Aceasta ne-a permis sa obtinem *noi obstructii de quasi-proiectivitate* care au fost utilizate in [4], extinzand obstructii din [13]. In [5, 19] am obtinut rezultate asupra primului grup de homotopie superior nenul $\pi_p(X)$ al unor complemente X de aranjamente de hipersuprafete.

4. Fascicule logaritmice si hipersuprafete proiective. Am studiat hipersuprafete D intr-o varietate proiectiva V in legatura cu anumite subfascicule ale fascicolului $\Omega^1_V(D)$ de forme diferentiale logaritmice pe V. In [16], *am rezolvat o conjectura a lui I. Dolgachev* din [15], caracterizand reuniuni D de hiperplane in $\mathbb{P}^n$ care sunt de tip Torelli, adica pot fi recuperate ca setul hiperplanelor instabile ale fascicolului Dolgachev $\widetilde{\Omega}^1_{\mathbb{P}^n}(D)$.

Cercetare in curs

1. Homologia si cohomologia aranjamentelor de hipersuprafete. Consider complemente de hipersuprafete $X = V \setminus D$ intr-o varietate V, in particular cazurile in care D este un aranjament de hipersuprafete care, departe de singularitati, se intersecteaza precum hiperplanele. Ma intereseaza grupurile de homologie $H_*(X)$, inelul de cohomologie $H^*(X)$, cat si homologia $H_*(X, \tau)$, pentru sisteme locale τ de rang 1 pe X, preconizand aplicatii la ecuatii hipergeometrice, teoria conforma de camp si simetria in oglinda. Pentru aceste aplicatii vom consider in special situatia in care X are o structura de orbifold, vezi [28]. Rezultatele obtinute deja au aparut in [3].

2. Quasi-proiectivitatea grupurilor fundamentale locale. Fie $\pi_1(X)$ grupul fundamental local al linkului (M, L) al unei singularitati (V, C) de curba pe o suprafata analitica normala, unde $X = M \setminus L$. Studiez urmatoarea problema: cand este $\pi_1(X)$ un grup quasi-projectiv global? Raspunsul obtinut este ca doar acele perechi (M, L) care au o structura Seifert ce provine dintr-o singularitate quasi-homogena; o prezentare preliminare apare in [7], extinzand un rezultat anterior al lui S. Papadima.

3. Homologia nucleelor Artin. Fie A_Γ un grup Artin asociat unui graf Γ, iar $\chi : A_\Gamma \to \mathbb{Z}$ un epimorfism de grupuri. Sunt interesat de determinarea homologiei nucleului N_Γ^χ ca $\mathbb{Z}\mathbb{Z}$-modul. Rezultatele obtinute in cazul in care A_Γ este un grup Artin cu unghiuri drepte sunt prezentate in [6] si constituie o continuare a ideilor din Papadima-Suciu [27].

4. Retele de asteptare multidimensionale si functii hipergeometrice. In [8] exploram aplicatii ale teoriei ecuatiilor hipergeometrice la teoria retelelor de asteptare [9].

5. Topologia nodurilor, linkurilor si 3-varietatilor. Fie M o 3-varietate compacta. Sunt interesat de structura spatiului de reprezentari $\mathrm{Hom}(\pi_1(M), G)$, unde G este un grup Lie, in particular de reprezentarile $\rho : \pi_1(M) \to \Gamma$ cu $\Gamma \leq G$ solvabil. Ideea este de a determina obstructiile la existenta unor asemenea ρ si de a da metode explicite de constructie. Scopul final este de a studia doua tipuri de invarianti "twisted" de 3-varietati derivati din cohomologia cu coeficienti locali, si anume polinoamele Alexander si signaturile generalizate, unde "twisting"-ul se face printr-o reprezentare solvabila ρ.

Proiecte de viitor

1. Reprezentari ale grupurilor quasi-projective. Fie X o varietate complexa quasi-proiectiva neteda si conexa. Planuiesc sa studiez reprezentarile $\rho : \pi_1(X) \to G$ ale grupului fundamental $\pi_1(X)$ intr-un grup algebraic liniar G. Sunt interesat de descrierea calitativa a unor asemenea reprezentari in general, de gasirea unor metode de constructie explicita si de studierea topologiei spatiului de reprezentari $\mathrm{Hom}(\pi_1(X), G)$.

References

[1] D. Arapura, *Geometry of cohomology support loci for local systems. I.*, J. Alg. Geom. **6** (1997), 563–597.

[2] E. Artal, J. I. Cogolludo, D. Matei, *Characteristic varieties of quasi-projective manifolds and orbifolds*, Geom. Topol. 17 (2013) 273–309.

[3] ———, *Orbifold groups, quasi-projectivity and covers*, J. of Singul. 5 (2012), 33–47.

[4] ———, *Quasi-projectivity, Artin-Tits groups and pencil maps*, Contemp. Math., **538** (2011), 113–136.

[5] ———, *Arrangements of hypersurfaces and Bestvina-Brady groups*, arXiv:1207.031, to appear in "Groups, Geometry, and Dynamics".

[6] ———, *Homology of Artin kernels*, work in progress.

[7] E. Artal, J. I. Cogolludo, D. Matei, S. Papadima, *On quasi-projectivity of fundamental groups of algebraic links*, work in progress.

[8] F. Avram, D. Matei, Y.Q. Zhao, *On multiserver retrial queues: History, Okubo-type hypergeometric systems and matrix continued-fractions*, to appear in "Asia-Pacific Journal of Operational Research".

[9] A. Bertozzi, J. McKenna, *Multidimensional residues, generating functions, and their application to queueing networks*, SIAM Review, **35** (1993), 239–268.

[10] M. Bestvina, N. Brady, *Morse theory and finiteness properties of groups*, Invent. Math. **129** (1997) 445–470.

[11] J. I. Cogolludo, D. Matei, *Cohomology algebra of plane curves, weak combinatorial type, and formality*, Trans. of the A.M.S. 364 (2012), 5765–5790.

[12] A. Dimca, S. Papadima, A. Suciu, *Quasi-Kähler Bestvina-Brady groups*, J. Algebraic Geom. **17** (2008), 185–197.

[13] ——— *Topology and geometry of cohomology jump loci*, Duke Math. J. **148** (2009), 405–457.

[14] ——— *Non-finiteness properties of fundamental groups of smooth projective varieties*, J. Reine Angew. Math. **629** (2009), 89–105.

[15] I. Dolgachev, *Logarithmic sheaves attached to arrangements*, J. Math. Kyoto Univ., **47** (2007), 35–64.

[16] D. Faenzi, D. Matei, J. Vallès, *Hyperplane arrangements of Torelli type*, with D. Faenzi, J. Vallès; Compos. Math. 149 (2013), 309–332.

[17] J. Hillman, D. Matei, M. Morishita, *Pro-p link groups and p-homology groups*, Contemp. Math. **416** (2006), 121–136, A.M.S.

[18] T. Kohno, *Differential forms and the fundamental group of the complement of hypersurfaces*, Singularities, Part 1 (Arcata, Calif., 1981), 655–662, Proc. Sympos. Pure Math., **40**, Amer. Math. Soc., 1983.

[19] A. Macinic, D. Matei, S. Papadima, *On the second nilpotent quotient of higher homotopy groups, for hypersolvable arrangements*, arXiv:1302.5822, submitted.

[20] D. Matei, *Fundamental groups of links and arrangements: Characteristic varieties, resonance varieties and finite index subgroups*, Ph.D. thesis, Northeastern University, Boston, MA, 1999.

[21] ———, *Massey products of hypersurface complements*, Adv. Stud. in Pure Math., vol. 43, MSJ, 2006.

[22] ———, *Homology of finite index subgroups of finitely presented groups*, An. Stiint. Univ. Al. I. Cuza Iasi. Mat. **53** (2007), 241–276.

[23] D. Matei, A. Suciu, *Counting finite solvable representations*, J. of Algebra 286 (2005), 161-186.

[24] ———, *Hall invariants, homology of subgroups and characteristic varieties*, International Math. Research Notices **9** (2002), 465-503.

[25] ———, *Cohomology rings and nilpotent quotients of real and complex arrangements*, Arrangements Tokyo 1998, Adv. Stud. in Pure Math. 27, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2000.

[26] ———, *Homotopy types of complements of* 2*-arrangements in* $\mathbb{R}^4$, Topology **39** (2000), 61-88.

[27] S. Papadima, A. Suciu, *Toric complexes and Artin kernels*, Adv. Math. **220** (2009), 441–477.

[28] C. Simpson, *Local Systems on Proper Algebraic V-manifolds*, Pure and Applied Mathematics Quarterly, **7** (2011), 1675–1760.

[29] G. Ziegler, *On the difference between real and complex arrangements*, Math. Zeit. **212** (1993), 1–11.

Daniel Matei, Institute of Mathematics of the Romanian Academy P.O. Box 1-764, RO-014700, Bucharest, Romania

E-mail address: Daniel.Matei@imar.ro

URL: http://www.imar.ro/~dmatei