

INSTITUTUL DE MATEMATICA “SIMION STOILOW” AL ACADEMIEI ROMANE

Conferința lunară

The Nash embedding in conformal geometry and the Hill equation

Florin Belgun

(IMAR)

Conferința va avea loc **Miercuri 21 februarie 2018, ora 13:00**
la sediul IMAR, amfiteatrul “Miron Nicolescu”, parter

Abstract: According to the Nash embedding Theorem, any Riemannian manifold can be realized as a submanifold in an Euclidean space, with the induced metric. In particular, the arc length induced by the submanifold on each curve coincides with the one induced by the ambient space. In conformal geometry, the role of arc length is played by the class of projective parametrizations, induced on each curve by a Hill equation, explicitly determined by the conformal structure, and the global invariant corresponding to the length of a closed curve is its projective class. We show that, while for each projective class there exist compact conformal manifolds inducing it on a closed curve, on an Euclidean space there is an inequality that the projective class of a curve in \mathbb{R}^n satisfies, the equality case characterizing the circles in \mathbb{R}^n . This excludes therefore a Nash-like embedding (in the above terms) for a large class of conformal manifolds.

Rezumat. Conform teoremei lui Nash, orice varietate Riemanniana poate fi realizată ca o subvarietate a unui spațiu euclidian, cu metrica indusă. În particular, lungimea de arc indusă de subvarietate pe orice curbă a ei este aceeași cu cea indusă de spațiul euclidian ambiant. În geometrie conformă, rolul lungimii de arc este jucat de clasa parametrizărilor proiective induse printr-o ecuație Hill determinată explicit de structura conformă, iar invariantul global corespunzător lungimii unei curbe este clasa sa proiectivă. Arătăm că, în timp ce pentru orice astfel de clasă proiectivă există varietăți conforme compacte ce o induc pe o curbă închisă, pe un spațiu euclidian există o inegalitate pe care clasa proiectivă a unei curbe în \mathbb{R}^n o satisface, cazul egalității caracterizând cercurile în \mathbb{R}^n . Aceasta exclude deci o scufundare de tip Nash (în termenii de mai sus) pentru o clasă largă de varietăți conforme.