

Raport științific

Privind implementarea proiectului
Cercetări în Algebre de Operatori și Aplicații în Teoria Numerelor
în perioada 1 Septembrie 2013-30 Septembrie 2016

În perioada 1 Septembrie 2013-30 Septembrie 2016 a fost dezvoltată activitatea de cercetare în domeniul Algebre de Operatori cu aplicații în Teoria Numerelor. În acest context au fost studiate algebrele Hecke și reprezentările lor, structuri convexe în spațiul reprezentărilor grupurilor sofice, produse încrucișate de pro- C^* -algebre, algebrele Hopf $H(n)$, reprezentările lor și grupul de coomologie ciclică asociată, forme automorfe și δ -geometrii. De asemenea au fost studiate structura grupurilor de dimensiune și legătura lor cu teoria ergodică și teoria numerelor. Au fost studiate pătratele comutative asociate grupurilor finite și algebrelor Hopf de dimensiune finită. Aceste cercetări au fost concretizate în lucrările din lista de publicații atașată.

Direcțiile de cercetare abordate au fost următoarele:

- Florin Rădulescu a analizat algebra de deformare a semiplanului hiperbolic superior construită prin cuantizarea Berezin, pornind de la reprezentările din seria discretă a lui $PSL(2, \mathbb{R})$, și structura cociclului Hochschild nemărginit asociat acestei deformări, ca invariant pentru algebre von Neumann de tip II. Acest studiu s-a concretizat în lucrarea [27], componentă din tematica acestui proiect (punctul 1, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare).

În această direcție a fost analizată structura coeficienților matriciali asociați reprezentării și realizarea lor în forma de coeficienți matriciali pentru algebra Hecke asociată incluziunii de grupuri discrete $PSL(2, \mathbb{Z}) \subseteq PSL(2, \mathbb{Q})$. În particular, simetria acestor coeficienți corespunde unei reprezentări adelice a completării profinite asociate.

Importanța acestei direcții de cercetare este legată de conjectura Ramanujan-Petersson asupra spectrului operatorilor Hecke și a "gap"-ului spectral prezis de conjectură. Scopul cercetării este de a înțelege din punct de vedere al algebrelor de operatori, apariția acestui "gap" în spectrul operatorilor Hecke.

Florin Rădulescu a continuat în anul 2014 analiza reprezentărilor algebrelor Hecke și studiul proprietăților de continuitate ale acestor reprezentări. Această investigație e o parte importantă a cercetării din tematica acestui proiect (punctul 1, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare).

Obiectele studiate sunt obținute din reprezentări π de perechi $\Gamma \subseteq G$ unde G este un grup discret, Γ un subgrup aproape normal (adică toți indicii de defect $[\Gamma : \Gamma \cap \sigma\Gamma\sigma^{-1}]$, $\sigma \in G$ sunt finiți). Cazul clasic este al incluziunii grupului modular $PSL(2, \mathbb{Z}) \subseteq PGL(2, \mathbb{Q})$. Reprezentările studiate sunt reprezentări unitare (proiective) ale grupului G cu proprietatea că $\pi|_{\Gamma}$ este un multiplu al reprezentării regulate stângi a grupului Γ . Proprietatea ultim menționată a reprezentării π implică, printr-o construcție asemănătoare tripletelor Gelfand de spații vectoriale, o construcție a unei latici de spații vectoriale. Aceste spații constau din vectori invariante pentru grupuri precum cele de mai sus. Pe aceste spații acțiunea π a grupului G se extinde la o reprezentare notată cu $\bar{\pi}$ a unei extensii profinite $\bar{G}$ a grupului G . Pentru Γ și G ca mai sus se obțin grupurile p -adice $PSL(2, \mathbb{Q}_p)$. Se arată că în cazul reprezentărilor din seria discretă a grupului $PSL(2, \mathbb{R})$, construcția de mai sus conduce la spațiile de forme automorfe asociate grupului modular, produsul scalar fiind produsul clasic Petersson.

Problema clasică a estimărilor Ramanujan-Petersson este în cele din urmă reformulată în acest context ca o problemă de analiză necomutativă armonică— se pune întrebarea dacă reprezentarea $\bar{\pi}$ este slab conținută în reprezentarea regulată stângă a extensiei profinite $\bar{G}$ a grupului G . Procedura de mai sus realizează o corespondență biunivocă între reprezentările π și $\bar{\pi}$. În acest caz se formalizează în termeni de algebre de operatori, problema conjecturilor Ramanujan-Petersson pentru forme Maass. Se demonstrează că aceste conjecturi sunt echivalente cu probleme de liftare ale unei reprezentări în grupul automorfismelor exterioare asociate unei incluziuni canonice de factori de tip II. Această direcție este dezvoltată în lucrarea [29], revizuită în forma finală în Decembrie 2014. Articolul este trimis spre publicare, fiind în evaluare.

În continuare, o parte esențială a cercetării va fi destinată identificării condițiilor în care formula caracterelor de mai sus poate determina locația caracterului π în spațiul reprezentărilor din seria regulată. Acesta este un test destul de precis pentru validitatea conjecturilor Ramanujan-Petersson.

În lucrarea [25] publicată în revista Complex Analysis and Operator Theory, este expusă o teorie duală celei descrise mai sus. În această lucrare se utilizează teoria costului unei relații de echivalență numărabile, ergodice, care păstrează măsura, introdus de D. Gaboriau. Se demonstrează că relația de echivalență obținută prin reducerea relației de echivalență definită de acțiunea grupului $PGL(2, \mathbb{Z}[\frac{1}{p}])$ pe semiplanul complex superior, la domeniul fundamental al acțiunii grupului modular, este o relație de echivalență măsurabilă, cu cel mult o multime numărabilă de clase de echivalență, care este arborabilă (în sensul lui Gaboriau), de cost $\frac{p+1}{2}$ ($p \geq 3$ este un nu-

mar prim). În particular algebra operatorilor Hecke poate fi identificată cu algebra radială asociată unei acțiuni a unui grup liber cu $\frac{p+1}{2}$ - generatori acționând pe semiplanul superior. Acest rezultat a servit ca motivație și pentru lucrarea [22].

Lucrarea [24] conține o expunere a construcției reprezentărilor de mai sus ale algebrei Hecke în cazul reprezentărilor π din seria discretă care sunt unitar echivalente, când sunt restrânse la Γ , cu reprezentarea regulată stângă a grupului Γ . Reprezentările sunt obținute din analiza coeficienților matriciali ai reprezentării π . Această extindere se folosește în lucrarea [23].

Lucrarea [26] conține o expunere, pe baza notelor lui N. Ozawa, a unei părți din rezultatele conținute într-o lucrare anterioară a lui F. Rădulescu (arXiv:0802.3548). Aceasta ultimă lucrare conține o parte din problemele care au constituit motivația obiectivului 1 din acest proiect.

În anul 2015 Florin Rădulescu a continuat studiul proprietăților algebrei Calkin și a reprezentărilor prin operatori de convoluție acționând de la stânga și de la dreapta în algebra Calkin. În acest studiu este extins rezultatul privind structura C^* -algebrei de convoluție, la cazul acțiunii unui grupoid canonic asociat unei perechi constituite dintr-un grup discret și un subgrup aproape normal. Acest rezultat este folosit pentru a obține estimări asimptotice pentru operatorii Hecke și face parte din problematica/obiective 1 din cadrul proiectului. Rezultatele sunt conținute în lucrarea ([28], trimisă spre publicare).

În lucrarea ([23], parte a aceleiași tematici a proiectului) Rădulescu a realizat o corespondență între proprietățile reprezentărilor din seria discretă corespunzând unui grup Lie semisimplu de rang 1 și reprezentările corespunzătoare unei completări profinite a unui subgrup dens asociat.

În 2016 F. Rădulescu (în cadrul problematici/obiective 1 din proiect) a continuat studiul corespondenței dintre reprezentările din seria discretă corespunzând unui grup Lie semisimplu de rang 1 și reprezentările corespunzătoare unei completări profinite a unui subgrup dens asociat. Lucrarea [23] a fost completată cu observațiile referentului și a fost publicată în revista Russian Mathematical Surveys în 2016 (și tradusă și în limba rusă în revista Uspehi Math. N.). S-a demonstrat existența unei formule explicite pentru caracterul reprezentării completării profinite a grupului dens ales, asociat reprezentării date. Ca exemplu, s-a observat că aceasta corespunde unei construcții concrete a caracterului reprezentării unitare a grupului $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{Q}_p)$ care definește acțiunea operatorilor Hecke pe formele automorfe pe semiplanul complex superior corespunzătoare grupului modular (operatorii Hecke fiind în acest sens coeficienți matriciali pentru reprezentarea introdusă). Aceasta permite compararea caracterului acestei reprezentări cu reprezentări din seria principală a grupului $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{Q}_p)$.

Rezultatele din această lucrare permit realizarea unei corespondențe precise între cele două tipuri de reprezentări și permite transferul problemei "gap"-ului spectral al operatorilor Hecke în contextul unei probleme de algebre de operatori. Studiul acestei noi reprezentări a operatorilor Hecke și a reprezentărilor unitare ale grupurilor profinite asociate face obiectul unui articol în pregătire. În colaborare cu Alexandru Popa (IMAR), F. Rădulescu a inițiat studiul unei posibile aplicații a articolului [23] în probleme legate de calculul urmei operatoriale a operatorilor Hecke. În particular, în analogie cu formula Plancherel, se intuiește că există o formulă care exprimă caracterul reprezentării lui $\mathrm{PGL}(2, \mathbb{Q}_p)$ ca o limită de combinații convexe de caractere din seria principală, ceea ce ar permite o explicație naturală, în cadrul analizei armonice, a estimărilor obținute de P. Deligne pentru valorile proprii ale operatorilor Hecke.

- Liviu Păunescu a dezvoltat un studiu asupra spațiului reprezentărilor sofice ale unui grup (componentă din tematica acestui proiect, punctul 4, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare). Folosind definițiile actuale, acest spațiu este neseparabil, principala cauză pentru care structura lui convexă este dificil de analizat. Articolul "All automorphisms of the universal sofic group are class-preserving" [21], publicat în revista *Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées*, a investigat o posibilă nouă definiție a acestui spațiu (parte a punctului 4, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare). De asemenea a fost inițiat studiul restricțiilor la spațiul de reprezentări sofice ale unui subgrup, un punct important al acestui proiect.

În anul 2014, Liviu Păunescu studiază structuri convexe în spațiul reprezentărilor sofice ale unui grup G , notat în continuare cu $\mathrm{Sof}G$. Acest studiu este parte esențială a punctului 4, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare. În articolul "Convex structure revisited" [20], publicat în revista *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, o bună parte din acest obiectiv a fost realizată. Articolul conține o caracterizare completă a punctelor extremale în structuri convexe de pe $\mathrm{Sof}G$. Ramâne deschisă întrebarea dacă aceste puncte extremale sunt suficiente pentru a genera întreg spațiul $\mathrm{Sof}G$, adică un rezultat de tip Krein-Milman. Un rezultat pozitiv ar simplifica lucrul cu reprezentări sofice la reprezentările extremale.

În același articol, autorul reușește să construiască două grupuri H și G astfel încât aplicația de restricție de la $\mathrm{Sof}G$ la $\mathrm{Sof}H$ nu este surjectivă. Acesta este primul rezultat care arată o obstrucție pentru soficitate în general. În continuare plănuim să generalizăm această construcție privind nesurjectivitatea aplicației de restricție. Demonstrația se bazează pe noțiunea de "expanders", care se referă la un graf cu proprietăți bune de conexitate. Aceasta este o noțiune intens studiată atât în matematică cât și în

informatică, având multiple aplicații inclusiv în domeniul rețelelor de calculatoare. Articolul prezintă o primă aplicație a acestei noțiuni de "expanders" în teoria aproximărilor metrice.

Trebuie înțeles în ce măsură acest fenomen, de nesurjectivitate a aplicației de restricție, poate fi exploatat pentru construirea unui grup ne-sofic. Existența unor grupuri G_1 și G_2 astfel încât imaginile aplicațiilor de restricție pe $\text{Sof } H$ nu se intersectează ar rezolva această problemă. Într-adevar, produsul liber a lui G_1 și G_2 amalgamat peste H nu ar fi sofic.

În lucrarea "Almost commuting permutations are near commuting permutations" ([1]), Goulmira Arzhantseva și Liviu Păunescu au demonstrat un rezultat de stabilitate pentru relația de comutare față de distanța Hamming în permutări. Din cunoștința autorilor, rezultatul este primul de acest gen pentru grupurile infinite. Planul este acum studierea stabilității relațiilor asemănătoare cu relația de comutare, cum ar fi relatoriile grupului Thompson F sau cei ai grupului Burger-Mozes.

În 2015, în cadrul problematicii/obiective 1,4 din cadrul proiectului, în articolul "A Generalisation to Birkhoff - von Neumann Theorem", ([22]), Liviu Păunescu și Florin Rădulescu au studiat teorema Birkhoff - von Neumann în context II_1 . Rezultatul clasic afirmă că matricile de permutare sunt punctele extreme în mulțimea matricilor dublu-stocastice. Pentru a înțelege contextul II_1 , trebuie să considerăm (X, μ) un spațiu standard de probabilitate $E \subset X^2$ și o relație de echivalență ce păstrează măsura. Matricile sunt considerate acum peste E , iar elementele din $\text{Aut}(X, \mu)$ joacă rolul matricilor de permutare. În acest context teorema generală este falsă, așa cum am arătat în Secțiunea 2.2 a acestui articol. Dezvoltând câteva tehnici de combinatorică, am reușit totuși să salvăm mare parte din acest rezultat, vezi secțiunea 3, Teorema 3.9. În secțiunea 6 discutăm o importantă aplicație a acestei teoreme pentru operatorii Hecke.

În 2016, Liviu Păunescu a studiat legăturile dintre noțiunile de grup sofic și grup hiperliniar, așa cum sunt descrise în Punctul 4 din "C1 Probleme" al descrierii proiectului. Păunescu obține condiții în care un unitar dintr-un ultraproduct de matrici este de fapt un ultraproduct de permutări. Aceste rezultate vor face obiectul unui articol ulterior.

- Maria Joița a continuat studiul produsului încrucișat de pro- C^* -algebre, parte a proiectului (punctul 1, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare). Produsul încrucișat al unei pro- C^* -algebre A printr-o acțiune limită proiectivă α a unui grup local compact G a fost definit de N.C. Philips folosind descompunerea Arens-Michael a pro- C^* -algebrei A și acțiunii α . În lucrarea [9], publicată în revista "Annals Functional Analysis", se definește noțiunea de produs încrucișat al unei pro- C^* -algebre A printr-o acțiune α a unui grup local compact G folosind reprezentările covariante.

Mai precis, produsul încrucișat al unei pro- C^* -algebre A printr-o acțiune α este o pro- C^* -algebra care are proprietatea de universalitate în raport cu reprezentările covariante. Se arată că pentru o acțiune marginită în sens tare un astfel de obiect există. Se demonstrează de asemenea că produsul tensorial maximal (minimal) al produsului încrucișat (reduc) al pro- C^* -algebrei A printr-o acțiune α cu o pro- C^* -algebra B este izomorf cu produsul încrucișat (reduc) al produsului tensorial maximal (minimal) al pro- C^* -algebrelor A și B prin acțiunea $\alpha \otimes \text{id}$. Din păcate, dacă α este o acțiune mărginită în sens tare, atunci există o altă familie de C^* -seminorme pe A , echivalentă cu familia de C^* -seminorme care definește topologia pe A , în raport cu care α este o acțiune limită proiectivă.

În lucrarea [10], publicată în revista "Banach Journal of Mathematical Analysis", se studiază problema echivalenței Morita de bimodule peste C^* -algebre. Doua C^* -module Hilbert X și Y peste C^* -algebrele A și B sunt echivalente Morita în sensul lui M. Skeide, dacă există un $A - B$ modul de imprimitivitate M astfel încât $X \otimes M = Y$. Două C^* -module Hilbert pline X și Y peste A , respectiv B sunt Morita echivalente în sensul lui M. Skeide dacă și numai dacă $K_A(X)$, C^* -algebra operatorilor compacți definiți pe X , este izomorfă cu $K_B(Y)$. Două C^* -module Hilbert X și Y peste C^* -algebrele A și B sunt echivalente Morita în sensul definiției date de M. Joița și M.S. Moslehian [A Morita equivalence for Hilbert C^* -modules, *Studia Math.* 209 (2012), 11-19] dacă C^* -algebrele $K_A(X)$ și $K_B(Y)$ sunt Morita echivalente. În cazul C^* -modulelor pline, numărabil generate peste C^* -algebre cu unitate aproximativă numărabilă, această definiție coincide cu noțiunea de stabil Morita echivalență introdusă de M. Skeide. În acest articol este introdusă o nouă relație de tip Morita pentru C^* -module Hilbert, o definiție axiomatică, bazată pe noțiunea de bimodul de imprimitivitate, prin analogie cu definiția noțiunii de echivalența Morita pentru C^* -algebre. În aceasta definiție, acțiunile celor două C^* -algebre pe bimodulul de imprimitivitate sunt înlocuite cu acțiuni ale celor două C^* -module Hilbert pe bimodulul de imprimitivitate. Dezavantajul acestei noi definiții este că se poate arăta, cu metodele de până acum, că este o relație de echivalență doar în cazul C^* -modulelor Hilbert cu vector unitate. În cazul C^* -modulelor pline cu vector unitate cele trei definiții coincid.

În lucrarea [13], este investigată problema extinderii noțiunii de C^* -corespondență în contextul pro- C^* -algebrelor și a construcției de pro- C^* -algebre pornind de la o pro- C^* -corespondență. M. V. Pimsner (1997) a asociat unei C^* -corespondențe (X, A) , care verifică anumite condiții, o C^* -algebra $\mathcal{O}_X$, cunoscută astăzi ca algebra Cuntz–Pimsner. Mai târziu, într-o serie de articole, T. Katsura (2003-2007) a asociat o C^* -algebră la o C^* -corespondență oarecare și a investigat structura acestor C^* -algebre. O pro-

C^* -corespondență este un pro- C^* -modul Hilbert X peste o pro- C^* -algebra A împreună cu un pro- C^* -morfism $\varphi_X : A \rightarrow L_A(X)$. Introducem noțiunile de reprezentare și reprezentare covariantă pentru o pro- C^* -corespondență (X, A, φ_X) și arătăm că dacă toate idealele $\ker p_\lambda, \lambda \in \Lambda$, unde $\{p_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ este familia de C^* -seminorme care definește topologia pe A , sunt invariante, atunci există a pro- C^* -algebră $\mathcal{O}_X$ cu proprietatea de universalitate în raport cu reprezentările covariante. Această construcție generalizează construcția produsului încrucișat prin pro- C^* -bimodule Hilbert și a produsului încrucișat prin automorfisme de pro- C^* -algebre mărginite în sens tare.

În 2015, Maria Joița a continuat studiului produsului încrucișat de pro- C^* -algebre, parte a proiectului (punctul 1, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare). Noțiunea de produs încrucișat al unei pro- C^* -algebre A printr-un pro- C^* -bimodul Hilbert (X, A) a fost introdusă de M. Joița și I. Zarakas [Crossed products by Hilbert pro- C^* -bimodules, *Studia Math.* 215(2013), 2,139–156] ca o generalizare a noțiunii de produs încrucișat al unei pro- C^* -algebre A printr-un automorfism α al pro- C^* -algebrei A , automorfism care este limită proiectivă de C^* -automorfisme. Dacă α este un automorfism al unei pro- C^* -algebre A care este limită proiectivă de C^* -automorfisme, atunci $X_\alpha = \{\xi_x; x \in A\}$ este un A - A pro- C^* -bimodul Hilbert cu structura de bimodul definită ca $\xi_x a = \xi_{xa}$, respectiv $a \xi_x = \xi_{\alpha^{-1}(a)x}$, și produsele interioare definite ca $\langle \xi_x, \xi_y \rangle_A = x^*y$, respectiv ${}_A \langle \xi_x, \xi_y \rangle = \alpha(xy^*)$. Produsul încrucișat $A \times_\alpha \mathbb{Z}$ al pro- C^* -algebrei A prin automorfismul α este o pro- C^* -algebră izomorfă cu produsul încrucișat al pro- C^* -algebrei A prin pro- C^* -bimodulul Hilbert (X_α, A) . Este cunoscut faptul că dacă A și B sunt două (pro-) C^* -algebre și α este un automorfism al (pro-) C^* -algebrei A , α este limită proiectivă de C^* -automorfisme, atunci (pro-) C^* -algebrele $(A \otimes_{\min} B) \times_{\alpha \otimes_{\min} \text{Id}} \mathbb{Z}$ și $(A \times_\alpha \mathbb{Z}) \otimes_{\min} B$ sunt izomorfe. De asemenea, (pro-) C^* -algebrele $(A \otimes_{\max} B) \times_{\alpha \otimes_{\max} \text{Id}} \mathbb{Z}$ și $(A \times_\alpha \mathbb{Z}) \otimes_{\max} B$ sunt izomorfe. Este natural să ne întrebăm dacă aceste rezultate pot fi extinse în contextul produselor încrucișate de (pro-) C^* -algebre prin (pro-) C^* -bimodule Hilbert. În lucrarea [11], se arată că dacă (X, A) este un (pro-) C^* -bimodul Hilbert și B este o (pro-) C^* -algebră, atunci produsul încrucișat $(A \otimes_{\min} B) \times_{X \otimes_{\min} B} \mathbb{Z}$ asociat (pro-) C^* -bimodulului Hilbert $(X \otimes_{\min} B, A \otimes_{\min} B)$ este izomorf cu produsul tensorial minimal $(A \times_X \mathbb{Z}) \otimes_{\min} B$ al produsului încrucișat $A \times_X \mathbb{Z}$ asociat (pro-) C^* -bimodulului Hilbert (X, A) și B . De asemenea, se arată că dacă (pro-) C^* -bimodulul Hilbert (X, A) este plin și B este o (pro-) C^* -algebră, atunci produsul încrucișat $(A \otimes_{\max} B) \times_{X \otimes_{\max} B} \mathbb{Z}$ asociat (pro-) C^* -bimodulului Hilbert $(X \otimes_{\max} B, A \otimes_{\max} B)$ este izomorf cu produsul tensorial maximal $(A \times_X \mathbb{Z}) \otimes_{\max} B$ al produsului încrucișat $A \times_X \mathbb{Z}$ asociat (pro-) C^* -bimodulului Hilbert (X, A) și B . Ca o aplicație a acestor rezultate, M. Joița a demonstrat că produsul încrucișat $A \times_X \mathbb{Z}$ al unei (pro-) C^* -algebre

A printr-un (pro-) C^* -bimodul Hilbert, plin, (X, A) este o (pro-) C^* -algebră nucleară dacă și numai dacă A este nucleară. O altă demonstrație a acestui rezultat, în cazul C^* -algebrelor, a fost obținută de Katsura [On C^* -algebras associated with C^* -correspondences, J. Funct. Anal. 217(2004) 366–401].

În lucrarea [12], M. Joița, R-B. Munteanu și I. Zarakas au arătat că pentru un pro- C^* -bimodul Hilbert (X, A) , pe spațiul vectorial $L_A(A, X)$ al tuturor morfismelor de A -module de la A în X , care admit adjunct, poate fi definită o structură de $M(A) - M(A)$ pro- C^* -bimodul Hilbert. Acest pro- C^* -bimodul Hilbert peste $M(A)$ este notat prin $(M(X), M(A))$, și este numit pro- C^* -bimodulul multiplicatorilor asociat pro- C^* -bimodului Hilbert (X, A) . Autorii au introdus noțiunea de topologie strictă pe $(M(X), M(A))$ și au demonstrat că $M(X)$ este complet în raport cu această topologie, iar X poate fi identificat cu un sub-bimodul al lui $M(X)$ care este dens în $M(X)$ în raport cu topologia strictă. De asemenea, au investigat relația dintre produsul încrucișat $A \times_X \mathbb{Z}$ al unei pro- C^* -algebrei A printr-un pro- C^* -bimodul Hilbert (X, A) , produsul încrucișat $M(A) \times_{M(X)} \mathbb{Z}$ al algebrei multiplicatorilor pro- C^* -algebrei $A, M(A)$, prin pro- C^* -bimodulul multiplicatorilor lui $X, M(X)$, și algebra multiplicatorilor pro- C^* -algebrei $A \times_X \mathbb{Z}, M(A \times_X \mathbb{Z})$. Produsul încrucișat al unei pro- C^* -algebre A printr-un pro- C^* -bimodule Hilbert, plin, (X, A) poate fi identificat cu o pro- C^* -subalgebră a produsului încrucișat asociat pro- C^* -bimodului multiplicatorilor $(M(X), M(A))$, iar produsul încrucișat asociat pro- C^* -bimodului multiplicatorilor $(M(X), M(A))$ poate fi identificat cu o pro- C^* -subalgebră a algebrei multiplicatorilor pro- C^* -algebrei $A \times_X \mathbb{Z}, M(A \times_X \mathbb{Z})$. Dacă A este o pro- C^* -algebră fără unitate și α este un automorfism a lui A care este o limită proiectivă de C^* -automorfisme, atunci α extinde la un automorfism $\bar{\alpha}$ al algebrei multiplicatorilor. Mai mult, $\bar{\alpha}$ este o limită proiectivă de C^* -automorfisme. Ca o consecință a acestor rezultate, autorii au arătat că produsul încrucișat $M(A) \times_{\bar{\alpha}} \mathbb{Z}$ al pro- C^* -algebrei $M(A)$ prin automorfismul $\bar{\alpha}$ poate fi identificat cu o pro- C^* -subalgebră în algebra multiplicatorilor produsului încrucișat $A \times_{\alpha} \mathbb{Z}$ al pro- C^* -algebrei A prin automorfismul α , $M(A \times_{\alpha} \mathbb{Z})$.

În 2016, Maria Joița a continuat studiul algebrei Cuntz-Pimsner asociată unei pro- C^* -corespondențe. Presupunem că (X, A, φ_X) și (Y, B, φ_Y) sunt pro- C^* -corespondențe astfel încât idealele $\ker p_{\lambda}, \lambda \in \Lambda$ și $\ker q_{\delta}, \delta \in \Delta$, unde $\{p_{\lambda}\}_{\lambda \in \Lambda}$ și $\{q_{\delta}\}_{\delta \in \Delta}$ sunt familiile de C^* -seminorme care definesc topologia pe A , respectiv B , sunt pozitiv invariante. Atunci $(X \otimes Y, A \otimes_{\min} B, \varphi_{X \otimes Y})$, unde $\varphi_{X \otimes Y} = j \circ (\varphi_X \otimes \varphi_Y)$, j fiind pro- C^* -morfismul canonic de la $L(X) \otimes_{\min} L(Y)$ în $L(X \otimes Y)$, este o pro- C^* -corespondență, numită produsul tensorial al pro- C^* -corespondențelor (X, A, φ_X) și (Y, B, φ_Y) , cu proprietatea că idealele $\ker \nu_{(\lambda, \delta)}, (\lambda, \delta) \in \Lambda \times \Delta$ sunt pozitiv invariante, unde $\{\nu_{(\lambda, \delta)}\}_{(\lambda, \delta) \in \Lambda \times \Delta}$ este familia de C^* -seminorme care definește topologia pe $A \otimes_{\min} B$. Conform rezul-

tatelor obținute în [13], $(X \otimes Y, A \otimes_{\min} B, \varphi_{X \otimes Y})$ admite o algebră Cuntz-Pimsner. În lucrarea [14], trimisă spre publicare, este studiată relația dintre algebra Cuntz-Pimsner $\mathcal{O}_{X \otimes Y}$ asociată pro- C^* -corespondenței $(X \otimes Y, A \otimes_{\min} B, \varphi_{X \otimes Y})$ și produsul tensorial minimal $\mathcal{O}_X \otimes_{\min} \mathcal{O}_Y$ al pro- C^* -algebrelor $\mathcal{O}_X$ și $\mathcal{O}_Y$. Reprezentarea covariantă universală (π_X, t_X) a unei pro- C^* -corespondențe (X, A, φ_X) induce o acțiune limită inversă α a cercului unitate $\mathbb{T}$ pe algebra Cuntz-Pimsner asociată $\mathcal{O}_X$ astfel încât $\alpha_z(\pi_X(a)) = \pi_X(a)$ pentru orice $a \in A$ și $\alpha_z(t_X(x)) = z t_X(x)$ pentru orice $x \in X$ și pentru orice $z \in \mathbb{T}$. M. Joița arată că dacă (X, A, φ_X) și (Y, B, φ_Y) sunt două pro- C^* -corespondențe, ideal compatibile și Katsura nedegenerate, atunci algebra Cuntz-Pimsner asociată pro- C^* -corespondenței $(X \otimes Y, A \otimes_{\min} B, \varphi_{X \otimes Y})$ este izomorfă cu algebra punctelor fixe ale acțiunii $z \mapsto \alpha_z \otimes \beta_{z^{-1}}$ a cercului unitate $\mathbb{T}$ pe $\mathcal{O}_X \otimes_{\min} \mathcal{O}_Y$, unde α și β sunt acțiunile cercului unitate $\mathbb{T}$ pe $\mathcal{O}_X$ respectiv $\mathcal{O}_Y$ induse de reprezentările covariante universale. Acest rezultat extinde în cazul pro- C^* -corespondențelor un rezultat obținut de A. Morgan [Cuntz-Pimsner algebras associated to tensor product of C^* -correspondences, arXiv:1510.04959v1 (2015)]. Dacă (Y, B, φ_Y) este pro- C^* -corespondența identitate (B, B, id_B) , atunci algebra Cuntz-Pimsner $\mathcal{O}_{X \otimes B}$ asociată pro- C^* -corespondenței $(X \otimes B, A \otimes_{\min} B, \varphi_{X \otimes B})$ este izomorfă cu produsul tensorial minimal $\mathcal{O}_X \otimes_{\min} B$ al pro- C^* -algebrelor $\mathcal{O}_X$ și B . Acest rezultat generalizează [11, Theorem 3.4].

Noțiunea de C^* -algebră cu proprietatea de împrăștiere a fost introdusă de H. E. Jensen (1977) ca o generalizare necomutativă a noțiunii de spațiu topologic Hausdorff cu proprietatea de împrăștiere. În lucrarea [15], prezentată la 7th European Congress of Mathematics 7ECM in Berlin, July 18 - 22, 2016 și trimisă spre publicare, M. Joița a introdus noțiunea de pro- C^* -algebră cu proprietatea de împrăștiere ca o generalizare a noțiunii de C^* -algebră cu proprietatea de împrăștiere și a investigat în ce condiții proprietatea de împrăștiere a unei pro- C^* -algre A este transferată la produsul încrucișat al acesteia printr-o acțiune limită inversă.

- Remus Nicoară (în cadrul problematicei/obiective 3 din proiect) a investigat pătrate comutative C de forma $C(G)$ sau $C(A)$, unde G este un grup finit, sau mai general o algebra Hopf A finit dimensională. Sunt introduse două definiții: $d(C)$ = defectul nedefazat al lui C , $d'(C)$ = defectul defazat. Acestea generalizează noțiunile existente de defect pentru matrici Fourier. Se calculează numărul maxim de direcții în care C poate fi deformat în clasa tuturor pătratelor comutative, respectiv în clasa pătratelor comutative neizomorfe. Se pot construi $d(C)$ familii analitice. Sunt investigate și alte aplicații ale acestor rezultate, în teoria algebrelor Hopf. Acest studiu este parte integrantă a tematicii proiectului (punctul 3, problematice/obiective din descrierea proiectului de cercetare). Acest rezultat, enun-

tat în obiectivele proiectului, a fost prezentat la a 25-a Conferință de Teoria Operatorilor, Timișoara 2014 și publicat în lucrarea ([18]).

În cursul anului 2015, în cadrul problematicei/obiective 3 din cadrul proiectului Remus Nicoară a investigat spațiul de moduli pentru matrice Hadamard cu intrări numere complexe, cu aplicații în teoria cuantică a informației. Două tipuri de probleme au fost considerate:

1) Structura spațiului de moduli pentru matrice Hadamard $n \times n$ în vecinătatea matricii transformării Fourier F_n . Nicoară a construit o nouă familie analitică, multidimensională de matrice Hadamard conținând matricea F_n . Această construcție a condus la obținerea de "mutually unbiased bases (MUB's)", care au aplicații în "quantum computing".

2) Rezultate de finitudine pentru anumite clase de matrice Hadamard. Nicoară a demonstrat că există numai un număr finit de matrice Hadamard cu "circulant core" în dimensiuni $p + 1$, unde p este un număr prim. Rezultatul este bazat pe o variantă a principiului de incertitudine pentru grupul $\mathbb{Z}_p$ introdusă de Terry Tao. Cercetarea ulterioară l-a condus pe Nicoară la descoperirea unui nou tip de matrice Hadamard de tip permutațional.

În 2016, Remus Nicoară, în lucrarea [19] (coautor J. White), submisă spre publicare către jurnalul J. Functional Analysis, obține noi familii parametrice de pătrate comutative, care sunt deformări analitice ale pătratului comutativ asociat unui grup finit G . În cazul în care G este ciclic cu n elemente, se obțin familii parametrice de matrice Hadamard (cu intrări complexe), care conțin matricea Fourier de ordin n .

- Henri Moscovici studiază în articolul [16] algebrele Hopf $H(n)$ precum și coomologia ciclică asociată. Acestea au fost introduse de A. Connes și de către autor într-o lucrare dedicată operatorilor transversal eliptici în care determină clasele caracteristice ale acestora. Aceiași autori au arătat că algebra Hopf $H(1)$ și clasele ei caracteristice apar în teoria formelor modulare, în legătură cu operatorii Hecke. Mai precis, cociclii reprezentând clasele de coomologie ciclică ale algebrei Hopf $H(1)$ au interpretări aritmetice interesante. În lucrarea [16], se obțin formule concrete pentru cociclii care reprezintă clasele de cohomologie ciclică relativă ale algebrei Hopf $H(n)$ modulo $GL(n)$, pentru orice întreg pozitiv n . Formulele respective sunt asemănătoare cu cele care reprezintă clasele Chern echivariante în geometrie și topologie. Interesul constă în faptul că transportul acestor formule în teoria coomologică a algebrelor Hopf le conferă în principiu un potențial mai larg de aplicabilitate, după cum s-a dovedit deja în cazul algebrei $H(1)$. Acest studiu este parte a tematicii proiectului (punctul 5, problematica/obiective din descrierea proiectului de cercetare).

În anul 2015, în cadrul problematicei/obiective 5 din cadrul proiectului, Henri Moscovici a construit, în lucrarea ([17], acceptată spre publicare în

2015 în revista *Journal of Noncommutative Geometry*), scrisă în colaborare cu Bahram Rangipour, o varianta K_n a algebrei Hopf H_n care are avantajul de a admite o acțiune directă pe spațiul foilor aparținând unei foliații, în diferența cu acțiunea lui H_n pe fibratul de "frames". Se demonstrează izomorfismul coomologiei ciclice asociate algebrei K_n cu cea a perechii (H_n, gl_n) . Prin urmarea acest grup de coomologie constă din clase Chern care sunt universale relativ la algebra Hopf. Se construiește o realizare geometrică a acestor clase.

- Florin Boca, în perioada august-decembrie 2014, a început, în colaborare cu J. Tseng, cercetarea unei probleme ce leagă structura grupurilor de dimensiune cu teoria ergodică și teoria numerelor. Studiul este parte a tematicii proiectului (punctul 2, problematica/obiective din descrierea proiectului de cercetare). În ciuda progresului, pe alocuri spectaculos, realizat în clasificarea C^* -algebrelor, structura grupurilor de dimensiune ale AF-algebrelor, subsumată de așa-numita "conjectură modulară", rămâne departe de a fi elucidată și pare să constituie o zonă importantă unde s-ar putea aplica rezultate și tehnici moderne din teoria numerelor, în special din aproximarea diofantică. Abordarea propusă folosește, în locul algoritmilor clasici de fracții continue, unele tehnici moderne din teoria ergodică a fluxurilor omogene. Boca și Tseng au obținut deja rezultate parțiale asupra structurii unor anumite grupuri simple de rang mic. Planul este ca, în loc de a publica aceste rezultate parțiale, să ne concentrăm asupra problemei generale, care este în mod cert mai dificilă, dar pare să poată fi abordată cu aceste tehnici.

În anul 2015, Boca a continuat studiul problemelor legate de problematica/obiective din numărul 2 al proiectului. Anumite tipuri de sisteme dinamice, precum șifturile Bernoulli sau Markov, au analoage necomutative intens studiate în teoria algebrelor de operatori. O clasă importantă de transformări neinvertibile (endomorfisme) ale intervalului $[0, 1]$ constă din transformări asociate dezvoltărilor în fracție continuă. Cele mai cunoscute sunt șifturile Gauss și Farey, dar ele nu au analog necomutativ evident. Un analog necomutativ potrivit al unui număr $\theta \in [0, 1]$ este oferit de AF-algebra C_θ introdusă de Effros și Shen, al cărei grup de dimensiune captează dezvoltarea în fracție continuă $CF(\theta)$. Un analog necomutativ corespunzător al intervalului $[0, 1]$ ce captează atât proprietăți topologice și de teoria numerelor, este oferit de o anumită AF-algebra A , introdusă de Mundici și studiată recent de Boca și Eckhardt, conținând o familie largă de ideale primitive I_θ astfel încât $A/I_\theta \cong C_\theta$. De asemenea, Boca a studiat problema extensiei operatorilor de tip Perron-Frobenius asociați acestor două transformări la aplicații unitale complet pozitive pe AF-algebra A , acționând pe idealele sale primitive într-un mod compatibil cu acțiunile transformărilor G și respectiv F pe intervalul $[0, 1]$. O primă extensie de acest tip a fost construită pentru transformarea G de către Eckhardt în 2011. Într-o lucrare în curs de elaborare se inves-

tighează acest tip de construcție și se încearcă de asemenea să se introducă o astfel de extensie și pentru transformarea Farey.

În 2016, Boca a continuat tematica cercetării legate de punctul 2. El a abordat inegalitatea ciurului, care joacă un rol cheie într-o serie de probleme importante din teoria analitică a numerelor. Aceasta constă în estimarea, cât mai precisă, a celei mari valori proprii $\lambda_1(A)$ a unei matrici $N \times N$ semi-pozitiv definite A^*A , asociate în mod natural unei anumite forme pătratice ce antrenează rădăcini ale unității. Abordarea noastră este dintr-o perspectivă necomutativă, analizând mai general distribuția ansamblului tuturor valorilor proprii când $N \rightarrow \infty$. Pentru aplicații aritmetice cea mai interesantă situație este $N \asymp Q^2$ cu $Q \rightarrow \infty$. După ce a efectuat experimente numerice minuțioase, Olivier Ramaré a conjecturat în 2007 existența distribuției limită a valorilor proprii ale matricilor A^*A scalate prin $\frac{1}{N}$, atunci când $N \sim \alpha Q^2$ cu $Q \rightarrow \infty$ și $\alpha > 0$ constantă. Inegalitatea clasică a ciurului larg garantează că această măsură de probabilitate pe $[0, \infty)$ are suport compact, dacă limita există. Actuala lucrare ([2], în colaborare cu Maksym Radziwill) rezolvă această conjectură, stabilind convergența momentelor valorilor proprii ale matricii A^*A (scalate prin $\frac{1}{N}$) când $Q \rightarrow \infty$. Anterior, convergența era cunoscută doar pentru momentele de ordin doi, rezultat datorat lui Ramaré. Mai mult, am reușit să obținem o descriere explicită (dar complicată) a momentelor distribuției limită și să demonstrăm că dependența lor de α este continuă. Principalele ingrediente folosite în demonstrație includ inegalitatea ciurului larg, rezultate asupra n -corelațiilor fracțiilor Farey (obținute într-o lucrare scrisă în colaborare cu Zaharescu în 2005) și de asemenea tehnici de bază de analiză armonică și funcțională, precum și o serie de estimări elementare (dar delicate) legate de teoria numerelor. Deocamdată nu am reușit să obținem o descriere mai precisă a distribuției limită sau a transformării Cauchy a ei, dar intenționăm să continuăm să investigăm această problemă dificilă în viitor.

- Alexandru Buium (colaborator în proiect). În lucrarea "Differential modular forms attached to new forms mod p " ([3]), sunt extinse rezultate mai vechi ale autorului referitoare la forme automorfe. În lucrări precedente autorul a asociat formelor (forme automorfe "noi"), forme diferențiale modulare de ordin 2. Acestea sunt un "bloc de reprezentări" esențial, și joacă un rol important în teoria formelor automorfe. Ele sunt forme duale.

Scopul lucrării este de a introduce o versiune de ordin superior, în care se arată că formelor de pondere $k \in \{3, \dots, p\}$ li se asociază forme diferențiale modulare de ordin 2 și pondere $k' \in \{1, 2, \dots, p-2\}$. Această lucrare este legată de tematica proiectului privind δ -geometrie și desingularizarea spațiilor cât (punctul 1, problematică/obiective din descrierea proiectului de cercetare).

În continuare în legătură cu tematica proiectului amintită mai sus, și cu tematica din punctul 5, Buium a considerat în lucrarea ([4], și în lucrările ulterioare [5],[7],[6],[8]) rezultate analoage pentru spectrul inelului numerelor întregi ale unor concepte cheie din geometria riemanniană cum ar fi: metrica, conexiunea Chern, curbura etc. Teoremele găsite au efectul că în sensul introdus în lucrare spectrul inelului numerelor întregi are curbura diferită de zero.

Conferințe

- În cadrul proiectului, împreună cu grupul de cercetare în Geometrie Noncomutativa Italo-Francez GDRE GREFI-GENCO și laboratorul Româno-Francez LEA Math Mode, în perioada 1-8 Septembrie 2013 la Poiana Brașov a fost organizat Workshopul Noncommutative Geometry and Applications (<http://imar.ro/NGA/description.php>).

Din partea română organizator a fost Florin Rădulescu. Workshopul a fost adresat tinerilor cercetători în domeniu, și a constat dintr-o serie de lecturi ținute de cercetători seniori și expuneri de către cercetători juniori. În afara grupului din România-Franța-Italia, au participat prof N. Ozawa (Univ. Tokyo) cu o serie de patru expuneri, și doi cercetători din Portugalia. Din grupul de cercetători din cadrul proiectului, Florin Boca a ținut o serie de patru expuneri plenare, iar Liviu Păunescu și Florin Rădulescu au ținut câte o expunere plenară.

- Liviu Păunescu a ținut o expunere (Decembrie 2013) la Universitatea Sapienza, Roma, în cadrul Seminarului de Grupuri Sofice (condus de Prof. Roberto Conti), legat de lucrările sale recente asupra structurii convexe a imersiunilor în grupul sofice universal.

- La Conferința "25th International Conference on Operator Theory", Timișoara, 30 Iunie-5 Iulie, 2014 au participat L. Păunescu (titlul prezentării "Sofice representations that cannot be extended"), M. Joița (titlul prezentării "Crossed products by Hilbert pro- C^* -bimodules versus tensor products"), F. Rădulescu (Plenar, titlul prezentării "On the theory of spaces of vectors invariant to the action of a discrete group"), H. Moscovici (Plenar, titlul prezentării "Morita equivalence and noncommutative curvature"), R. Nicoară (titlul prezentării "The defect of a group-type commuting square"). La aceasta conferință au participat ca invitați (din partea proiectului de cercetare prezentat aici) cu expuneri plenare, în tematici legate de problematica strictă a proiectului, următorii experți în domeniul Algebrelor de Operatori: Vaes. S, (Univ. Leuven, titlul prezentării "Classification of crossed product von Neumann algebras"), A. Thom (Univ. Leipzig, titlul prezentării "Random walks and invariant random forests"), M. Junge (Univ Chicago, Urbana Champaign, titlul prezentării "Actions of q -gaussian algebras"), V. Capraro

(Univ S. Hampton, titlul prezentării ”Groups associated to II_1 factors”), H. Li (University of Buffalo, NY, titlul prezentării ”Homoclinic group, IE group, and expansive algebraic actions”).

- Alexandru Buium, Univ. New Mexico a participat la activitatea proiectului în perioada 30 Iunie -31 Iulie 2014, ca profesor invitat. Tematica cercetării a fost legatura dintre diferitele metode de desingularizare ale spațiilor cât: produse încrucișate și δ -geometries (parte a tematicii/obiectiv 1 din proiect). Aceasta cercetare s-a concretizat în referința [3]. Alexandru Buium a ținut o conferință în seria de conferințe lunare ale Institutului de Matematica al Academiei Române Simion Stoilow cu titlul: ”Arithmetic analogue of some concepts in Riemannian geometry”, pe data de 9 Iulie 2014.

- A fost organizat un workshop ”Geometric Group Theory” la Institutul de Matematică al Academiei Române, în perioada 30 Sept-4 Octombrie, 2014, în colaborare cu programul bilateral de colaborare România-Austria ”Geometria și Analiza Sofisticății Liniare” (program condus din partea română de L. Păunescu și din partea austriacă de către G. Arzhantseva). Din partea acestui proiect de cercetare au fost invitați, la Institutul de Matematica ”S. Stoilow” cu expuneri plene, legate strict de tema proiectului: T. Ceccherini (Univ. Benevento, Italia), M. Cavaleri (Univ. Roma 2, Italia), Ioana Claudia Lazăr (Univ. Vest Timișoara). Organizatori au fost G. Arzhantseva (Univ Viena, Austria), F. Rădulescu și L. Păunescu. Atât L. Păunescu cât și F. Rădulescu au ținut expuneri plene. Goulara Arzhantseva, Univ Viena, Austria, a ținut în seria de conferințe lunare ale Institutului de Matematică al Academiei Române ”Simion Stoilow” conferința cu titlul ”Approximations of infinite groups results and challenges” pe data de 1 Octombrie 2014.

- Liviu Păunescu și F. Rădulescu a ținut câte o expunere la Universitatea Viena, Austria, în cadrul Seminarului de Teoria Geometrică a Grupurilor, în relație cu programul bilateral de colaborare România -Austria, GALS (Aprilie 2014).

- F. Rădulescu a ținut o conferință despre structura algebrelor Hecke și a reprezentărilor lor la Universitatea Geneva, Aprilie 2014.

- A fost organizat un mini-workshop de Algebre de Operatori în August 2014 la care au vorbit plenar: Liviu Păunescu, Florin Boca, Maria Joița, Florin Rădulescu, Radu Purice (IMAR).

- F. Rădulescu a ținut o conferință plenară la conferința anuală a Societății de Științe Matematice din România cu titlul ”Problema a 17-a a lui Hilbert și Geometrie Necomutativă”, Iasi, 25 Octombrie, 2014.

- În parteneriat, programul IDEI cu programul bilateral de colaborare România -Austria, GALS (2014-2015), L. Păunescu a efectuat două vizite științifice în perioada 1 Martie - 15 Mai 2015 și 25 Octombrie - 7 Noiembrie 2015 la Universitatea Viena. Liviu Paunescu a ținut o prezentare cu aceasta

ocazie la seminarul de "Geometric Group Theory" (2 ore) cu titlul: "On the Birkhoff - von Neumann theorem in type III₁ setting".

- La Congresul International al Matematicienilor Români, Iași, Iunie 2015 au participat din partea proiectului Florin Boca, Maria Joița, Liviu Paunescu și Florin Radulescu (ultimul în calitate de organizator al secției de Algebre de Operatori). Florin Boca a ținut o conferință cu tema "The distribution of rational numbers and ergodic theory". Maria Joița a ținut o conferință cu tema "Pro-C*-correspondences" Liviu Paunescu a ținut o conferință cu tema "Almost commuting permutations are near commuting permutations". Cu această ocazie lui Liviu Păunescu-a fost acordat Premiul Societății de Științe Matematice Române.

- Florin Radulescu a fost invitat plenar la al 34 Workshop on Geometric Methods in Physics, Bialowieza, Polonia (organizat de Universitatea Białystok) unde a ținut o conferință plenară cu tema "Berezin deformation Quantization and Number Theory", în perioada 6-11 Iulie 2015.

- A fost organizat un mini-workshop de Algebre de Operatori, la Institutul de Matematica al Academiei Române, București în 13-14 Iulie 2015 la care au vorbit plenar: Liviu Păunescu, Florin Boca, Maria Joița, Florin Rădulescu, Henri Moscovici.

- A fost organizat un workshop "Group Theory and Operator Algebra" la Institutul de Matematică al Academiei Române, în perioada 29 Sept-3 Octombrie, 2015, în colaborare cu programul bilateral de colaborare România-Austria "Geometria și Analiza Sofisticății Liniare" (program condus din partea româna de L. Păunescu și din partea austriacă de către G. Arzhantseva). Din partea acestui proiect de cercetare au fost invitați, la Institutul de Matematica "S. Stoilow" cu expuneri plenare, legate strict de tema proiectului: T. Ceccherini (Univ. Benevento, Italia), M. Cavaleri (Univ. Roma 2, Italia), Paul Schupp (University of Chicago, Champaign Urbana) și Florin Boca (în prezent la Universitatea Chicago Champaign Urbana). Organizatori au fost G. Arzhantseva (Univ Viena, Austria), F. Rădulescu și L. Păunescu. Atât L. Păunescu, Maria Joița cât și F. Rădulescu au ținut expuneri plenare. Paul Schupp, a ținut în seria de conferințe lunare ale Institutului de Matematică al Academiei Române "Simion Stoilow", în colaborare cu activitatea workshopului, conferința cu titlul "Why group theory and computability are inextricably intertwined" pe data de 2 Octombrie 2015.

- În 2016, cu ocazia semestrului "Measurable Group Theory", care s-a desfășurat la Institutul Schrodinger, Viena, în parteneriat cu Universitatea Viena, au participat, legat de tematica proiectului (în cadrul problematicii/obiective 1,2 din proiect) și continuând colaborarea cu grupul de cercetare "Geometry and Analysis on Groups" (Universitatea Viena), Liviu Păunescu (în perioada Ianuarie-Martie 2016), și Florin Rădulescu în perioada

1-22 Februarie 2016. Cu această ocazie Liviu Păunescu a ținut o conferință la Universitatea Viena cu titlul "On the Birkhoff - von Neumann theorem in type II_1 setting".

- La Conferința "26-th International Conference on Operator Theory", Timișoara, 26 Iunie-1 Iulie, 2016 au participat următorii membrii ai echipei proiectului: L. Păunescu (titlul prezentării "Birkhoff - von Neumann theorem in type II_1 setting"), F. Rădulescu (plenar, titlul prezentării "Spectral gaps and Hecke operators"), H. Moscovici (plenar, titlul prezentării "Morita equivalence and noncommutative curvature").

De asemenea la aceasta conferință au participat în perioada 26 iunie - 3 iulie, pentru o colaborare științifică prevăzută în planul de lucru al proiectului, profesorii Hari Bercovici (Indiana University, Bloomington, SUA, plenar, titlul prezentări "Outliers for random matrix models"), Victor Kaftal (University of Cincinnati, SUA, plenar, titlul prezentări "The integer in Kadison's Pythagorean Theorem and essential codimension"), Jean Renault (Universitatea din Orleans, Franța, plenar, titlul prezentări "Random walks on Bratteli diagrams").

- În cadrul tematicii proiectului, în perioada 3-18 Iulie 2016, F. Rădulescu a participat, în Portugalia, la Conferința "Operator Algebra and Operator Theory" la Institutul Técnico Superior, Lisabona, unde a ținut o expunere plenară cu titlul "Quantum Dynamics and Operator Algebras with Applications In Number Theory". Deasemenea F. Rădulescu a ținut o expunere, cu aceeași temă la Universitatea Aveiro, în cadrul seminarului de Analiză Funcțională. În acesta perioada Florin Rădulescu a colaborat (în cadrul problematicii/obiective 1 din proiect) cu cercetătorul Paolo Pinto, de la Instituto Técnico Superior asupra unor probleme legate de structura pro C^* -algebrelor, identificând posibilitatea de abordarea unor noi metode în această problemă, în legătură cu tematica din problematica/obiective 1,5 din proiect.

- În cadrul tematicii proiectului (obiectivele 1 și 5), în perioada 18- 22 Iulie 2016, Maria Joița a participat la Berlin la al 7-lea Congres European de Matematică (7-th European Congress of Mathematics) unde a ținut o conferință cu titlul "Scattered locally C^* -algebras".

- F. Rădulescu a făcut o vizită de colaborare științifică (în cadrul tematicii proiectului, obiectivele 1 și 4) la Institutul de Matematică Hausdorff (Hausdorff Research Institute of Mathematics) în Semestrul dedicat Algebrelor von Neumann, la invitația profesorului Vaughan F. R. Jones. Cu aceasta ocazie, F. Rădulescu a ținut o expunere cu titlul "Operator algebras and number theory".

- L. Păunescu a efectuat o vizită de colaborare științifică la Institutul de Matematică Jussieu, Universitatea Paris 7, în cadrul tematicii proiectului (obiective 4), la invitația profesorului G. Skandalis. Cu această ocazie a

ținut o conferință, în cadrul seminarului de Algebre de Operatori, cu titlul "Birkhoff - von Neumann theorem in type II_1 setting".

- În cadrul tematicii proiectului (obiective 1,4,5) a fost organizat un workshop "Sofic groups and Operator Algebra" la Institutul de Matematică al Academiei Române, în perioada 26 -30 Septembrie 2016. La aceasta workshop au participat în perioada 26 - 30 septembrie 2016, pentru o colaborare științifică prevăzută în planul de lucru al proiectului, profesorii T. Ceccherini (Universita del Sannio, Benevento, Italia), G. Arzhantseva (Univ Viena, Austria) și doctorandul Oren Becker (Hebrew University). Prof. T. Ceccherini a ținut în seria de conferințe lunare ale Institutului de Matematică al Academiei Române "Simion Stoilow", în colaborare cu activitatea workshopului, conferința cu titlul "The Garden of Eden Theorem: old and new". G. Arzhantseva (Univ Viena, Austria), O. Becker, L. Păunescu, Maria Joița și F. Rădulescu au ținut expuneri plenare.

Prezentări în seminarii

Începând cu Octombrie 2013, am inițiat două seminarii, bilunare, științifice în cadrul seminariilor IMAR, dedicate subiectului proiectului. Unul dintre seminarii, "Grupuri Sofice", este condus de Liviu Păunescu și Florin Rădulescu. În cadrul acestui seminar au fost prezentate, elementele de bază ale reprezentărilor grupurilor sofice. În al doilea seminar, condus de Florin Rădulescu, de Algebre de Operatori, a fost prezentată, de către Liviu Păunescu, în anul 2013: teorema Connes-Feldmann-Weiss asupra structurii relațiilor de echivalență amenabile și în anul 2014: costurilor (Gaboriau) asociate unei relații de echivalență.

În cadrul seminarului săptămânal al Institutului de Matematică Simion Stoilow de Teoria Operatorilor și Algebre de Operatori, Remus Nicoară a ținut o expunere cu titlul "Grupuri, pătrate comutative și matrici Hadamard" (Mai 2016), Liviu Păunescu a ținut o expunere cu titlul "Teorema Birkhoff - von Neumann în contextul II_1 " (Mai 2016) și F. Rădulescu a ținut trei expuneri cu titlul "Endomorfisme de spații Hilbert de vectori invariante la acțiunea de grupuri discrete" (Martie-Mai 2016).

References

- [1] Arzhantseva, G., **Păunescu, L.**: Almost commuting permutations are near commuting permutations, Journal of Functional Analysis, Volume 269, Issue 3, 2015, Pages 745-757.

- [2] **Boca, F. P.** , Radzwill, M.: Limiting Distributions of Eigenvalues In the Large Sieves Matrix, Preprint 2016, arXiv:1609.05843, submitted.
- [3] **Buium, A.:** Differential modular forms attached to new forms mod p , Journal of Number Theory 155, (2015) 111-128.
- [4] **Buium, A.:** Arithmetic Analogues of Some Basic Concepts from Riemannian geometry, Rev. Roumaine Math. Pures Appl. 60 (3), (2015), p. 257-266.
- [5] **Buium, A.,** Dupuy, T.: Arithmetic differential equations on GL_n , II: arithmetic Lie-Cartan theory, Selecta. Math. New Ser. (2016) vol. 22, pp. 447-528.
- [6] **Buium, A.,** Dupuy, T.: Arithmetic differential equations on GL_n , III Galois groups, Selecta. Math. New Ser. (2016) vol. 22, pp. 529-552.
- [7] Barrett, M., **Buium, A.:** Curvature on the integers, I, Journal of Number Theory, vol. 167 (2016), pp. 481-508.
- [8] Barrett, M., **Buium, A.:** Curvature on the integers, II, Journal of Number Theory, vol. 167 (2016), pp. 509-545.
- [9] **Joița, M.:** A new look at the crossed product of pro- C^* -algebras, Ann. Funct. Anal., 6(2015),2, 184-203; doi: 10.15352/afa/06-2-16
- [10] Amini, M., Asadi, M.B., **Joița, M.,** Rezavad, R.: Morita equivalence of Hilbert C^* -modules, Banach J. Math. Anal., 9(2015), 1, 102-110; doi: 10.15352/bjma/09-1-8.
- [11] **Joița, M.:** Crossed products by Hilbert pro- C^* -bimodules versus tensor products, J. Math. Anal. Appl. 429(2015), Pages 1086–1095.
- [12] **Joița, M.,** Munteanu, R-B., Zarakas, I.: Multipliers of Hilbert pro- C^* -bimodules and crossed products by Hilbert pro- C^* -bimodules, Oper. Matrices, 9(2015), 4, 925-942.
- [13] **Joița, M.,** Zarakas, I.: A construction of pro- C^* -algebras from pro- C^* -correspondence, J. Operator Theory, 74(2015),1,195-211.
- [14] **Joița, M.:** Cuntz-Pimsner algebras associated to tensor product of pro- C^* -correspondences, Preprint (Submitted).
- [15] **Joița, M.:** Scattered locally C^* -algebras, arXiv:1606.01542 [math.OA] (Submitted).

- [16] **Moscovici, H.:** Equivariant Chern classes in Hopf cyclic cohomology. Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie Tome 58 (106) No. 3, 2015, 317-330.
- [17] **Moscovici, H.,** Bahram Rangipour, Hopf algebras and universal Chern classes, to appear in J. Noncommutative Geometry, accepted June 2015.
- [18] **Nicoară, R.,** White, J.: The defect of a group-type commuting square. Rev. Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées, Vol 59(2014), no 2, pp 245-254.
- [19] **Nicoară, R.,** White, J.: Analytic deformations of group commuting squares and complex Hadamard matrices, Preprint 2016, submitted.
- [20] **Păunescu, L.:** Convex Structures Revisited, Ergodic Theory and Dynamical Systems, Volume 36, Issue 5 August 2016, pp. 1596-1615.
- [21] **Păunescu, L.:** All automorphisms of the universal sofic group are class-preserving, Rev. Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées, Vol 59 (2014), no 2, pp 255-263.
- [22] **Păunescu, L., Rădulescu, F.** A Generalization to Birkhoff-von Neumann Theorem, Preprint Arxiv 1506.01685 FA, submitted (2015).
- [23] **Rădulescu, F.:** Endomorphisms of spaces of virtual vectors fixed by a discrete group, Russian Math. Surveys 71:2 291-343 (2016).
- [24] **Rădulescu, F.:** Conditional expectations, traces, angles between spaces and Representations of the Hecke algebras, Libertas Mathematica NS, Volume 33 (2013), No. 2, 53-83 (doi:10.14510/lm-ns.v33i2.xx).
- [25] **Rădulescu, F.:** On the Countable Measure-Preserving Relation Induced on a Homogeneous Quotient by the Action of a Discrete Group, Complex Anal. Oper. Theory (2015) 9, 1633-1662, DOI 10.1007/s11785-014-0426-7.
- [26] **Rădulescu, F.:** Free Groups and Hecke Operators, Theta series in advanced mathematics, 17(2014) 241-257.
- [27] **Rădulescu, F.:** On unbounded, non-trivial Hochschild cohomology in finite von Neumann algebras and higher order Berezin's quantization, Rev. Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées, Vol 59 (2014), no 2, pp 265-292.

- [28] **Rădulescu, F.:** Akemann - Ostrand property for $\mathrm{PGL}_2(\mathbb{Z}[\frac{1}{p}])$ relative to $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$, Preprint Arxiv arXiv:1509.09246v1, submitted.
- [29] **Rădulescu, F.** The Operator Algebra content of the Ramanujan-Petersson Problem, arXiv:1306.4232v6, Revised December 2014, submitted.