

Raport stiintific final al grantului PN-III-ID-P4-PCE-2016-0019

Liana David

Contents

1	Scurta prezentare a echipei de cercetare	2
2	Articole stiintifice	2
2.1	Articole trimise/acceptate spre publicare	2
2.2	Articole in curs de elaborare	3
3	Activitatea de cercetare desfasurata de catre membrii echipei	3
3.1	Continutul articolelor stiintifice trimise/acceptate spre publicare	3
3.2	Activitatea masteranzilor	7
4	Activitate de diseminare a rezultatelor	8
5	Deplasari pentru colaborari stiintifice	9
6	Organizari de workshop-uri	10

Acest raport descrie activitatea stiintifica a membrilor echipei din proiectul 'Geometrii speciale si structuri asociate', cod proiect PN-III-ID-P4-PCE-2016-0019, pentru intreaga perioada de derulare a proiectului.

1 Scurta prezentare a echipei de cercetare

Echipa de cercetare este formata din: CS I Dr. Liana David (Director de proiect), Conf. Univ. Dr. Monica Aprodu (persoana cheie a proiectului), CS III Dr. Gabriel Baditoiu, CS I Dr. Radu Pantilie, CS II Dr. Costin Vilcu si masteranzii Ionut-Alexandru Hurjui (angajat pana in 30 iunie 2019) si Mircea Andrei Florea (angajat din 15 septembrie 2019).

2 Articole stiintifice

2.1 Articole trimise/acceptate spre publicare

Raportam urmatoarele articole trimise spre publicare, acceptate, sau publicate :

- **M. A. Aprodu:** *Harmonic non-holomorphic maps from S^2 to Hirzebruch surfaces*, (7 pagini), **trimis spre publicare**;

- **V. Cortés, L. David:** *Twist, elementary deformation, and the KK-correspondence in generalized complex geometry*, arxiv:1706.05516, (57 pagini); **trimis spre publicare**;

- **L. David, C. Hertling:** *(T)-structures on 2-dimensional F-manifolds: formal classification*, arxiv: 1811.03406, (29 pagini); acceptata la **Ann. Mat. Pura ed Applic.**;

- **V. Cortés, L. David:** *Generalized connections, spinors, and integrability of generalized structures on Courant algebroids*, arxiv: 1905.01977, (62 pagini); **trimis spre publicare**;

- **R. Pantilie:** *Projective structures and ρ -connections*, **Journal of Inst. Math. Jussieu**, <https://doi.org/10.1017/S1474748018000129>.

- **R. Pantilie:** *Harmonic morphisms and the Penrose-Ward transform*, **Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Lincei Mat. Appl.**, vol. 30 (1), 2019, p. 175-194.

- **R. Pantilie:** *On the embeddings of the Riemann sphere with nonnegative normal bundles*, **Electron. Res. Announc. Math. Sci.**, 25 (2018), p. 87-95;

- **G. Deschamps, E. Loubeau, R. Pantilie:** *Harmonic maps and twistorial structures*, acceptata la **Mathematika**;

- **A. Rivière, J. Rouyer, C. Vilcu, T. Zamfirescu:** *Double normals of most convex bodies*, **Adv. in Math.** 343 (2019), 245-272; arXiv:1804.07015 [math.MG].

- **J. Itoh, C. Vilcu, T. Zamfirescu:** *With respect to whom are you critical?*, arXiv:1903.10908 [math.GT], (19 pagini), **trimis spre publicare**.

2.2 Articole in curs de elaborare

Raportam urmatoarele articole (cu titlu provizoriu) in curs de elaborare:

- **M. A. Aprodu:** *Classification of Harmonic maps from Riemann to Hirzebruch surfaces*;
- **G. Baditoiu:** *Classification of homogeneous Einstein metrics on pseudo-hyperbolic spaces II*;
- **L. David, C. Hertling:** *(TE)-structures over 2-dimensional globally nilpotent F-manifolds*.

3 Activitatea de cercetare desfasurata de catre membrii echipei

3.1 Continutul articolelor stiintifice trimise/acceptate spre publicare

Descriem pe scurt rezultatele obtinute in fiecare articol din Sectiunea 2.1.

• Articolul '*Harmonic non-holomorphic maps from \mathbb{S}^2 to Hirzebruch surfaces*' (autor **Monica A. Aprodu**). Suprafetele Hirzebruch H_m sunt suprafete complexe, compacte, difeomorfe cu produsul $\mathbb{C}\mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}\mathbb{P}^1$ sau cu eclatarea într-un punct a spațiului $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$. Ele sunt definite ca fibrate proiective $H_m = \mathbb{P}(L_{-m} \oplus \underline{1})$ peste $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$, unde $m \geq 0$, $\underline{1}$ notează fibratul trivial de rang 1 iar L_m , $m \in \mathbb{Z}$ este fibratul $((\mathbb{C}^{n+1} \setminus \{0\}) \times \mathbb{C}) / \{(z, v) \sim (\lambda z, \lambda^m v), \lambda \in \mathbb{C}^*\}$ peste $\mathbb{C}\mathbb{P}^n$. Compactificarea este realizată prin adăugarea secțiunii de la infinit. Geometria suprafețelor Hirzebruch este guvernată de definirea invariantului numeric m . Conform Teoremei lui Hirzebruch, H_m este difeomorfă cu H_0 dacă și numai dacă m este par, iar pentru m impar suprafețele Hirzebruch sunt difeomorfe cu H_1 .

Arezzo și La Nave, în articolul din *Advances in Mathematics* 191, 2005, au găsit exemple de aplicații neolomorfe, minimale, stabile de la \mathbb{S}^2 în $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^2$. Astfel, în mod natural, prin deformarea suprafețelor Hirzebruch am obținut clase de aplicații de la $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$ la ele, stabile, armonice dar care să nu fie olomorfe. Dintre modalitățile de deformare, cea convenabilă este cea care folosește scufundarea suprafețelor Hirzebruch în $\mathbb{C}\mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}\mathbb{P}^2$. Această scufundare, proprietățile aplicațiilor armonice precum și Teorema de Perturbare a lui White au stat la baza construcției de aplicații armonice, neolomorfe de la \mathbb{S}^2 la H_m .

• Articolul '*Twist, elementary deformation, and the KK-correspondence in generalized complex geometry*' (autori V. Cortes și **Liana David**). Geometria complexa generalizata este un domeniu activ de cercetare, care reprezinta o unificare a geometriei complexe si symplectice. In acest articol s-au definit operatiile de 'transformare conforma' si 'transformare elementara' in cadrul geometriei complexe generalizate, acestea generalizand notiunile bine cunoscute respective din geometria clasica. Am aplicat constructia lui Swann pentru cazul particular cand varietatea de plecare este dotata cu o structura (aproape) complexa generalizata sau cu o structura (aproape) Hermitiana generalizata obtinuta prin aceste transformari, si am determinat conditii necesare si suficiente ca structura obtinuta sa fie Courant integrabila. Reamintesc ca constructia lui Swann este o metoda generala care asociaza unei varietati diferentiabile M

cu un camp vectorial X_0 , satisfacand anumite conditii, o noua varietate diferentiabila W , de aceeasi dimensiune. La orice structura geometrica pe M , X_0 -invarianta, ii corespunde prin aceasta constructie o structura geometrica de acelasi tip pe W . Constructia lui Swann s-a dovedit a fi foarte utila in gasirea de noi exemple de varietati diferentiabile cu diverse clase de metrice Riemanniene, structuri cuaternionice, etc. Combinata cu transformarile elementare, ea ofera si o noua abordare (mai transparenta) a asa numitei corespondente HK/QK (hiper-Kähler /cuaternionic-Kähler) dezvoltata de catre fizicieni, care asociaza unei varietati hiper-Kähler cu o simetrie de tip special o varietate cuaternionica-Kähler de aceeasi dimensiune (completa, daca metrica hiper-Kähler de plecare era completa). In acelasi spirit, combinand transformarile elementare in cadrul geometriei generalizate, definite si studiate in preprint, cu constructia lui Swann, am asociat la o varietate Kähler generalizata cu un camp Hamiltonian-Killing ales corepunzator o noua varietate Kähler generalizata. Ca aplicatii, am obtinut noi exemple explicite de structuri Kähler generalizate in dimensiune 4, plecand de la varietati Kähler generalizate, torice (4-dimensionale). In cazul Kähler obisnuit, am reobtinut asa numita corespondenta Kähler-Kähler dezvoltata anterior de catre Alekseevsky, Cortes si Mohaupt.

- Articolul '*(T)-structures on 2-dimensional F-manifolds: formal classification*' (autori **Liana David** si C. Hertling). O clasa importanta de conexiuni meromorfe o reprezinta asa numitele (TE) -structuri. Acestea sunt conexiuni meromorfe definite pe fibrati olomorfi peste produse $\mathbb{C} \times M$ (unde M este o varietate complexa) care admit poli de rang Poincaré unu de-a lungul lui $\{0\} \times M$. Spatiul de parametri M al unei (TE) -structuri mosteneste, cand asa numita conditie 'unfolding' este satisfacuta, o multiplicare pe TM (care pastreaza fibrele, e asociativa, comutativa, cu unitate, si satisface o conditie de integrabilitate), si un camp vectorial (numit camp Euler), dand nastere la o structura de F -varietate cu camp Euler pe M . Notiunea de F -varietate apare in mod natural si in teoria varietatilor Frobenius (orice varietate Frobenius fara metrica este o F -varietate).

In timp ce o (TE) -structura ∇ definita pe un fibrat olomorf peste $\mathbb{C} \times M$ poate fi vazuta ca o familie de conexiuni meromorfe definite pe fibrati peste Δ (un disc centrat in origine $0 \in \mathbb{C}$), 'uitand' de derivatele lui ∇ in directia parametrilor M , (acest punct de vedere fiind crucial in teoria deformatiilor isomonodromice), putem sa adoptam un punct de vedere alternativ, anume sa consideram ∇ ca o familie de conexiuni plate, parametrizata de $z \in \mathbb{C}^*$, definite pe fibrati peste M ('uitand' de derivatele din directia z). O astfel de familie este numita in literatura matematica o (T) -structura. Cand conditia unfolding este satisfacuta, o (T) -structura induce pe spatiul ei de parametri o structura de F -varietate (insa fara camp Euler).

In acest preprint am considerat, impreuna cu Claus Hertling, cazul cel mai simplu, cand germenele de F -varietati $((M, 0), \circ, e)$ este 2-dimensional si ireductibil, si am determinat forme normale formale pentru (T) -structurile care induc un astfel de germene dat. Am obtinut o lista scurta de (T) -structuri (numite forme normale formale) definite in mod explicit (cu expresii simple in coordonate locale ale lui $(M, 0)$) si am demonstrat ca orice (T) -structura peste $((M, 0), \circ, e)$ este formal isomorfa cu exact o (T) -structura din acea lista. Urmatorul pas va fi studiul convergentei isomorfismelor formale obtinute.

- In articolul '*Generalized connections, spinors, and integrability of generalized structures on Courant algebroids*' (autori V. Cortés si **Liana David**), prezentam caracterizari, folosind conexiuni generalizate fara torsiune, pentru integrabilitatea diverselor structuri generalizate (structuri aproape complexe generalizate, structuri aproape hypercomplexe generalizate, structuri aproape Hermitiene generalizate si structuri aproape hyper-hermitiene generalizate) definite pe

o clasa de algebroizi Courant, asa zisii algebroidizi Courant regulati. Aceste caracterizari extind rezultate clasice din geometria obisnuita la geometria complexa generalizata. Am dezvoltat un studiu sistematic al algebroizilor Courant regulati, studiu care foloseste teoria operatorilor Dirac de generare. Ca o aplicatie am dezvoltat un criteriu de integrabilitate pentru structuri generalizate aproape Hermitiene si structuri generalizate aproape hyper-Hermitiene definite pe un algebroid Courant regulat, folosind operatori diferentiali naturali, construiti cu ajutorul conexiunilor generalizate, definiti pe fibrari spinoriale asociate lui E .

- In articolul '*Projective structures and ρ -connections*' (autor **Radu Pantilie**) s-a abordat problema descrierii globale a structurilor proiective complex analitice. In perioada de desfasurare a grantului, s-au adus imbunatatiri importante acestei lucrari, completand si extinzand varianta trimisa anterior spre publicare si ajungand astfel la varianta care acum este publicata. Abordarea uzitata a acestei probleme presupune utilizarea conexiunilor Cartan ceea ce conduce la o constructie nu tocmai naturala a geodezicelor, din moment ce, pentru aceasta, sunt utilizate asa numitele 'cimpuri constante' ce formeaza un spatiu mult mai mare decit este necesar pentru producerea geodezicelor. De exemplu, cimpurile invariante la stinga determinate de matrici nilpotente de grad $n \geq 3$ din $\mathfrak{sl}(n)$ produc, de asemenea, curbe Veronese pe spatiul proiectiv corespunzator. Mai putin raspindit este si faptul ca, in context diferentiabil, problema mentionata are o solutie datorata, inca din 1926, lui T.Y. Thomas. In preprintul mentionat mai sus, se arata ca aceasta abordare poate fi extinsa in context complex analitic prin folosirea ρ -conexiunilor. Aceasta conduce la o demonstratie rapida, conceptuala a caracterizarii structurilor proiective plate. In plus, se obtine, de exemplu, urmatorul rezultat: daca spatiul twistor al unei varietati cuaternionice P este inzebrat cu o structura proiectiva complex analitica atunci P se poate identifica, local, prin difeomorfisme cuaternionice cu un spatiu proiectiv cuaternionic.

- In articolul '*Harmonic morphisms and the Penrose-Ward transform*' (autor **Radu Pantilie**) este abordata problema generalizarii, la dimensiuni mai mari decit 4, a constructiei Gibbons-Hawking care, dupa cum se stie, porneste de la (a) o functie armonica pe o multime deschisa U din spatiul euclidian, (b) ecuatia monopolilor si construiesc o metrica hiper-Kähler g pe $\mathbb{R} \times U$; in particular, proiectia $(\mathbb{R} \times U, g) \rightarrow U$ este un morfism armonice twistorial. Generalizarea obtinuta se bazeaza pe urmatoarele idei. Spatiul euclidian tridimensional este inlocuit de spatiul U_n al reprezentarii ireductibile de dimensiune $n+1$ al lui $SO(3)$, unde $n \geq 2$ este par. Apoi, functiile armonice sunt inlocuite cu functiile pluriarmonice pe U_n furnizate de transformarea Penrose aplicata acestuia, ca varietate ρ -cuaternionica, cu spatiul twistor dat de spatiul fibrat olomorf in drepte, de numar Chern n peste sfera Riemann, inzebrat cu imaginile sectiunilor olomorfe. In fine, se obtine ca monopolii sunt cazuri particulare de ρ -conexiuni anti-auto-duale. Se deduce, astfel, existenta unor morfisme armonice twistoriale naturale definite pe varietati hiper-Kähler, de dimensiune $2n$, cu valori in U_n (care, pentru $n = 2$ se reduce la constructia Gibbons-Hawking). Este demn de mentionat si faptul ca, in acest context, transformarea Ward apare ca o manifestare a functorialitatii asocierii unei varietati ρ -cuaternionice cu spatiul sau twistor.

- Articolul '*On the embeddings of the Riemann sphere with nonnegative normal bundles*' (autor **Radu Pantilie**). Este clasic faptul ca teoria twistor furnizeaza o punte intre urmatoarele doua probleme: 1) sa se clasifice germenii structurilor geometrice (cunoscute); 2) sa se clasifice germenii scufundarilor olomorfe ale varietatilor compacte complexe. Astfel, in ge-

ometria cuaternionica punctul este inlocuit de sfera, adica, pina la o complexificare, obiectele parametrizeaza familii local complete de sfere Riemann scufundate olomorf. Completitudinea este asigurata daca fibratul normal este strict pozitiv (echivalent, amplu), inasa, doar pentru cazul in care sirul exact normal este trivial (adica, admite o despicare/splitare) exista o caracterizare satisfacatoare a structurilor geometrice corespunzatoare. In aceasta lucrare, este introdusa notiunea de varietate ρ -cuaternionica si se demonstreaza ca exista o corespondenta naturala intre clasa formata de aceste varietati si clasa varietatilor complexe inzestrate cu familii local complete de sfere Riemann scufundate olomorf cu fibrat normal pozitiv. Aceasta notiune se bazeaza, in parte, pe notiunea - de asemenea introdusa in aceasta lucrare - de ρ -conexiune principala care furnizeaza o generalizare naturala a notiunii clasice de conexiune principala. De exemplu, spatiul curbilor Veronese (cu gradul cel putin doi) nu poate fi descris folosind conexiuni clasice ci doar prin intermediul ρ -conexiunilor.

- Articolul '*Harmonic maps and twistorial structures*' (autori: G. Deschamps, E. Loubeau, **R. Pantilie**). Aceasta lucrare porneste de la observatia evidenta ca, in pofida faptului ca, in geometria diferentia, exista o multitudine de structuri geometrice, cu foarte putine exceptii (furnizate, in esenta, de varietatile complexe), nu exista, inca, si o notiune de morfism, corespunzatoare. Noi argumentam ca aceasta situatie provine din faptul ca notiunea clasica de aproape G -structura, unde G e un grup Lie inzestrat cu o reprezentare, este prea rudimentara. Trebuie, in esenta, ca G sa actioneze prin difeomorfisme olomorfe pe o varietate compacta complexa Y scufundata olomorf in grassmanianul complexificatului spatiului reprezentarii. De exemplu, pentru geometria riemanniana, Y este scufundata ca subvarietate a varietatii subspatiilor coizotrope (cu complement 'ortogonal' izotrop, adica) ale complexificatului spatiului reprezentarii canonice a grupului ortogonal corespunzator. Apoi, notiunea de morfism este data de 'aplicatiile twistoriale' introduse si studiate de R. Pantilie, in colaborare cu J.C. Wood si E. Loubeau. Unul dintre rezultatele obtinute in acest articol este ca orice spatiu simetric riemannian simplu-conex admite o structura twistoriala netriviala invariata fata de grupul de izometrii. De asemenea, constructii clasice de aplicatii armonice isi gasesc cadrul de generalitate adecvat in contextul structurilor twistoriale riemanniene, astfel, introdus.

- Articolul '*Double normals of most convex bodies*' (autori A. Rivière, J. Rouyer, **Costin Vilcu**, T. Zamfirescu) a fost elaborat si apoi revizuit impreuna cu coautorii pe perioada de desfasurare a grantului, ajungand la forma finala care a fost acceptata si publicata in Adv. Math. Fie $\mathbb{E} = \mathbb{R}^{d+1}$ (cu $d \geq 1$). Un corp convex K in \mathbb{E} este o multime compacta si convexa cu puncte interioare in \mathbb{E} . Frontiera ∂K a lui K se numeste suprafata convexa. Aceasta admite in fiecare punct cel putin un hiperplan de sprijin. O coarda in K este un segment care uneste doua puncte din ∂K . O coarda se numeste normala la K daca este perpendiculara pe un hiperplan de sprijin al lui K prin una dintre extremitatile sale. O normala dubla este o coarda normala la ambele capete, iar un diametru metric este o coarda de lungime maxima. Un diametru afin este o coarda avand la extremitati hiperplane de sprijin paralele.

Se stie ca cel mai scurt si cel mai lung diametru afin sunt normale duble.

Fie ℓ_K aplicatia care asociaza unei corzi in K lungimea sa. Folosind teorie Morse si faptul ca normalele duble sunt puncte critice ale lui ℓ_K , N. H. Kuiper a aratat, in 1964, ca orice corp convex in \mathbb{E} are macar $d + 1$ normale duble. Pe de alta parte, in 1966, A. S. Besicovitch si T. Zamfirescu au aratat ca, pentru orice submultime compacta C in \mathbb{R} , exista un corp convex plan a carui multime de normale duble este homeomorfa cu C .

Rezultatul lui Kuiper a fost extins in cadrul varietatilor Riemann in [A. Riede, 1968], [F.

Takens si J. White, 1971], [K. Hayashi. 1982]. Rezultatul are legatura si cu teoria biliardurilor pentru corpuri convexe, unde traiectoriile 2-periodice corespund normalelor duble.

In orice spatiu Baire, “majoritatea elementelor” inseamna “toate elementele, mai putin cele dintr-o multime de prima categorie”.

Mentionam fara alte definitii un rezultat din [M. J. Dias Carneiro et al., 2007]: pentru majoritatea tablelor de biliard convexe avand frontiera $\mathcal{C}^{r \geq 2}$ cu curbura pozitiva peste tot, exista un numar finit de traiectorii 2-periodice.

Multimea \mathcal{K} a tuturor corpurilor convexe in \mathbb{E} , inzestrata cu topologia indusa de distanta Pompeiu-Hausdorff, este un spatiu Baire. V. Klee in 1959 si apoi P. M. Gruber in 1977 au aratat ca majoritatea corpurilor convexe au frontiera diferentiabila de clasa $\mathcal{C}^1 \setminus \mathcal{C}^2$ si sunt strict convexe.

Fie $\mathcal{N}(K)$ multimea normalelor duble ale lui K si $\mathcal{L}(K)$ multimea lungimilor acestora. In lucrare se demonstreaza urmatoarele rezultate.

Pentru majoritatea $K \in \mathcal{K}$, multimea extremitatilor normalelor duble este o multime Cantor (i.e., este homeomorfa cu multimea Cantor standard) avand dimensiunea ‘box-counting’ inferioara (in particular dimensiunea Hausdorff) egala cu 0 si dimensiunea ‘packing’ egala cu d .

Pentru majoritatea $K \in \mathcal{K}$, ℓ_K este injectiva si Lipschitz continua. Se obtine de aici ca $\mathcal{L}(K)$ este si ea o multime Cantor avand dimensiunea ‘box-counting’ inferioara egala cu 0. In particular, masura sa Lebesgue se anuleaza, desi ℓ_K nu satisface ipotezele de regularitate din Teorema lui Sard. Dimensiunea ‘packing’ a lui $\mathcal{L}(K)$ este $= 1/2$ daca $d = 1$, este $\geq \frac{3}{4}$ daca $d = 2$ si este $= 1$ daca $d \geq 3$.

Tot pentru majoritatea $K \in \mathcal{K}$, multimea corzilor maximale (maxime locale pentru ℓ_K) este numarabila si densa in $\mathcal{N}(K)$.

Exista o stransa legatura intre normalele duble ale lui K si curbura lui ∂K la extremitatile lor, vezi de exemplu [I. Bárány si R. Schneider, 2015].

Pentru majoritatea $K \in \mathcal{K}$, la orice capat al unei corzi maximale c si in orice directie tangenta, curbura superioara este ∞ si curbura inferioara este $\geq \ell(c)^{-1}$, cu egalitate pentru c un diametru metric; aceasta intareste un rezultat din [K. Adiprasito si T. Zamfirescu, 2012]. Mai mult, la ambele capete ale unei normale duble tipice, curbura superioara este ∞ in orice directie tangenta.

- Articolul ‘*With respect to whom are you critical?*’ (autori J. Itoh, **Costin Vîlcu**, T. Zamfirescu). Pentru orice suprafata Riemann compacta S si orice punct y in S , notam cu Q_y^{-1} multimea tuturor punctelor din S , pentru care y este punct critic. Am aratat in alta parte impreuna cu Imre Bárány ca $\text{card}Q_y^{-1} \geq 1$, cu egalitate pentru toti $y \in S$ daca si numai daca S este homeomofa cu sfera. In aceasta lucrare demonstram, pentru orice suprafata orientabila S si pentru orice punct $y \in S$, urmatoarele doua rezultate principale. Exista o multime deschisa si densa de metrici Riemann g pe S pentru care y este critic in raport cu un numar impar de puncte din S . $\text{Card}Q_y^{-1} \leq 5$ pentru tor si $\text{card}Q_y^{-1} \leq 8g - 5$ daca genul g al lui S este macar 2. Sunt obtinute si proprietati ale punctelor diametrice pe S .

3.2 Activitatea masteranzilor

Masterandul **Ionut-Alexandru Hurjui** a fost angajat in grant pana in luna iunie 2019, cand a absolvit cursul de master la Universitatea din Bucuresti. In prima parte a desfasurarii grantu-

lui (pana in septembrie 2018) a citit cartea *Riemannian geometry* de Manfredo Perdigao do Carmo. In luna septembrie 2018 a tinut o expunere de doua ore in care a prezentat ceea ce a invatat din aceasta carte, expunere prin care a dovedit ca si-a insusit o baza buna in geometria Riemanniana. Din luna octombrie 2018 s-a ocupat de geometrie Kahler si CR, citind lucrari de specialitate in aceste directii.

Masterandul **Mircea-Andrei Florea** a fost angajat in grant din data de 15 septembrie 2019. S-a introdus in tematica algebrelor Clifford, citind primul capitol din cartea *Spin Geometry* a lui Lawson si Michelsohn.

Pe perioada angajarii lor in grant, ambii masteranzi au participat in mod regulat la seminarul 'Geometry' de la IMAR (institutiua gazda a proiectului). Au avut loc intilniri cu directorul de proiect, intilniri in care s-a discutat bibliografia studiata de catre masteranzi.

4 Activitate de diseminare a rezultatelor

Membrii echipei au participat, ca 'invited speakers', la urmatoarele workshop-uri, unde au prezentat rezultatele obtinute in cadrul proiectului:

- **Monica Aprodu** a participat la workshop-ul *Mathematics, Computer Science and Applications*, Universitatea Dunarea de Jos, Galati, 13-15 decembrie 2017. A tinut o expunere cu titlul "Curvature on polyhedra", in care a prezentat diverse posibilitati de a defini curbura pe spatii singulare dotate cu metrici.

- **Monica Aprodu** a participat la workshop-ul *Matematică Informatică și Aplicații*, Universitatea "Dunărea de Jos" din Galați, decembrie 2018, unde prezentat lucrarea cu titlul "Harmonic non-minimizing spheres in Hirzebruch surfaces".

- **Monica Aprodu** a tinut o expunere de 40 de minute la workshop-ul in memoria Prof. Stere Ianus, Universitatea din Bucuresti, 15 noiembrie 2019. Expunerea a avut ca titlu "Maps from S^2 to Hirzebruch Surfaces".

- **Monica Aprodu** va tine o expunere la Workshop-ul *Matematica, Informatica si Aplicatii*, Universitatea Dunarea de Jos, (Galati), 12-13 decembrie 2019. Expunerea va avea titlul "Clase de aplicatii armonice cu valori in suprafete complexe" (Classes of harmonic maps with values in complex surfaces).

- **Liana David** a participat la workshop-ul *Special Metrics and Symmetries on Complex Manifolds*, Universitatea din Regensburg (Germania), 10-15 septembrie 2018. A tinut o expunere de 50 de minute cu titlul "Twist, elementary deformation and the KK-correspondence in generalized geometry", expunere in care a prezentat rezultate obtinute in cadrul proiectului.

- **Liana David** a participat la *Workshop on Riemannian and Kähler geometry*, Institutul de Matematica Simion Stoilow al Academiei Romane, 15-19 aprilie 2019. A tinut o expunere de 50 de minute cu titlul "Generalized connections, spinors and integrability of generalized structures on Courant algebroids", expunere in care a prezentat caracterizarile integrabilitatii structurilor Kahler si hyper-Kähler generalizate, folosind spinori si operatori diferentiați.

• **Liana David** a participat la *Al 9-lea Congres al Matematicienilor Romani*, Universitatea Dunarea de Jos (Galati), 28 iunie - 3 iulie 2019. A tinut o expunere de 50 de minute cu titlul 'Generalized connections and integrability of generalized structures on Courant algebroids', expunere in care a prezentat caracterizarile integrabilitatii unor structuri generalizate, folosind conexiuni generalizate.

• **Radu Pantilie** a tinut o expunere de 50 de minute la *The Differential Geometry Workshop 2018*, organizat de catre Dipartimento di Matematica e Informatica, Università di Cagliari, Italia, intre 12 si 14 septembrie 2018 (<http://people.unica.it/montaldo/dgw2018/>). Expunerea s-a intitulat "Harmonic maps and twistorial structures" si s-a bazat pe o colaborare cu G. Deschamps si E. Loubeau, initiata in cadrul unei vizite stiintifice la Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique, Brest, Franta, efectuata in Etapa I a proiectului.

• **Costin Vilcu** a participat la workshop-ul *International Symposium on Discrete and Convex Geometry*, College of Mathematics and Information Science, Hebei Normal University, Shijiazhuang, China, 13 decembrie - 20 decembrie 2017. In cadrul acestui workshop, a tinut doua prezentari, cu titlul 'Folding and gluing in convex geometry' si 'From convex surfaces to Alexandrov surfaces'

• **Costin Vilcu** a participat la *Al 9-lea Congres al Matematicienilor Români*, Universitatea "Dunărea de Jos", Galați, România, 28 iunie - 3 iulie 2019. A tinut o expunere cu titlul 'Double normals of most convex bodies'.

• **Costin Vilcu** a participat la *International Symposium on Discrete Geometry and Convexity*, "Hebei Normal University", Shijiazhuang, China, 25 - 31 august, 2019, unde a tinut o expunere cu titlul 'Double normals of most convex bodies'.

5 Deplasari pentru colaborari stiintifice

Membrii echipei au efectuat urmatoarele deplasari pentru colaborare stiintifica pe tematica proiectului.

• **Monica Aprodu** a efectuat o vizita stiintifica la *Universitatea din Genova* (Italia), *Dipartimento di Matematica*, in perioada 27 septembrie - 1 octombrie 2017. A discutat cu Prof. Maria Evelina Rossi, experta in algebra comutativa, despre posibilele abordari algebrice ale problemei neexistentei claselor de omotopie armonice pe suprafete Hirzebruch.

• **Liana David**: A efectuat o vizita stiintifica la *Universitatea din Mannheim* (Germania), *Lehrstuhl fuer Mathematik VI*, in perioada 23 octombrie - 11 noiembrie 2017. Deplasarea a fost efectuata pentru colaborare stiintifica cu Prof. Claus Hertling, pe tema anumitor clase de conexiuni meromorfe (asa numitele (T) si (TE) -structuri) peste F -varietati.

• **Liana David** a efectuat o vizita stiintifica la *Universitatea din Hamburg* (Germania), in perioada 2-10 septembrie 2018, pentru colaborare cu profesorul Vicente Cortés pe tema geometriei complexe generalizate.

• **Radu Pantilie** a efectuat o vizita stiintifica la *Universitatea din Brest* (Franta) *Laboratoire de Mathematiques de Bretagne Atlantique*, in perioada 3-16 decembrie 2017. Deplasarea a fost efectuata pentru colaborare stiintifica cu Prof. Eric Loubeau, pe tematica aplicatiilor armonice twistoriale si a morfismelor armonice.

• **Prof. Vicente Cortés** de la *Universitatea din Hamburg* (Germania) a vizitat Institutul de Matematica Simion Stoilow al Academiei Romane (IMAR), in perioada 2-8 septembrie 2019. A purtat discutii stiintifice cu directorul de proiect, Dr. Liana David, pe tema geometriei complexe generalizate, si a tinut o expunere in cadrul wokshop-ului 'Geometry and Physics' organizat la institutia gazda IMAR. Pentru vizita sa a beneficiat de suport financiar partial (decontarea drumului si a diurnei) din partea grantului.

6 Organizari de workshop-uri

• **Monica Aprodu** a fost membru în comitetul de organizare a celui de-al *9-lea Congres al Matematicienilor Români*, 28 Iunie- 3 Iulie 2019, Galați, Romania,
<https://sites.google.com/view/congmatro9/organizing-committee>