CONJECTURI REFERITOARE LA REGULATORI P-ADICI IN TEORIA IWASAWA

Abstract. Fie K un corp de numere si $E \subset K$ unitatile acestui corp. Teorema lui Dirichlet indica Z rangul lui E, care este $r_1 + r_2 - 1$, unde r_1, r_2 sunt numarul de scufundari reale, resp. perechi de scufundari complexe. Prin tenzorare cu Q_p, se obtine o algebra $K_p = K \otimes_Q Q_p$, in care E se scufunda diagonal, obtinand completarea p-adica $Ebar \subset K_p$ a unitatilor. Atunci $Ebar$ este un Z_p modul, iar generatorii Z-modulului E pot in principiu avea relatii noi in $Ebar$. O conjectura faimoasa a lui Leopoldt stipuleaza insa ca $D(K) = Z - rk(E) - Z_p - rk(Ebar) = 0$.

Cantitatea $D(K) \geq 0$ se numeste defectul lui Leopoldt, si este studiata in contextul diversor variante legate de conjectura lui Leopoldt. O alta conjectura similara se refera la p-unitatile $E' = O(K)^*[1/p] \subset K$ aceluiasi corp. Si aici se poate defini Z_p - rangul completarii p-adice, cu diferenta ca definitia trebuia sa ia elimine partea de valuatie nonzero a p-unitatilor. Fiind data o definitie consistenta a Z_p - rangului completarii p-adice a p-unitatilor, aceeasi intrebare se poate formula, ca si in cazul defectului Leopoldt: are loc o diminuare a rangului, prin trecerea la completare, sau nu? Conjectura, numita dupa Gross si Kuzmin, stipuleaza ca aceasta diminuare nu are loc - fapt echivalent cu $L_p(1, K) \neq 0$.

Amandoua conjecturile au traduceri echivalente in termeni de teoria corpurilor de clasa si teoria Iwasawa. In acest colocviu voi da o prezentare generala a cunostintelor actuale in aceasta directie si enumera cateva rezultate proprii recente, indicand ideile noi ale demonstratiilor.

Pentru cei interesati, detalii tehnice de demonstratie vor fi oferite in seminarul ce va avea loc Marti.