

PROJET DE RECHERCHE

COURANTS POSITIFS FERMÉS SUR LES SURFACES DE LA CLASSE VII

1. PARTICIPANTS

- (1) Ionuț Chiose (Académie Roumaine, Institut de Mathématiques Simion Stoilow)
- (2) Matei Toma (Université de Lorraine, Institut de Mathématiques Èlie Cartan)

2. COURTE DESCRIPTION DU PROJET

Ce projet représente une continuation des idées contenues dans notre article *On compact complex surfaces of Kähler rank one*, Amer. J. Math. 135 (2013), no. 3, 851-860. Dans cet article nous étudions les surfaces complexes compactes ayant le rang de Kähler égal à 1. Ces surfaces sont non-kählériennes mais possèdent une $(1, 1)$ -forme lisse positive. Notre travail permet de classifier les surfaces en question. Plusieurs cas se présentent, mais c'est l'annulation ou la non annulation de l'invariant I , que nous introduisons, qui conduit à une différence essentiel dans les preuves.

Dans ce projet on se propose d'entreprendre une étude des surfaces non-kählériennes munies de formes fermées positives mais soumises à des contraintes de régularité moins rigoureuses. Le but est d'obtenir une classification de ces surfaces. Ceci s'inscrit dans le cadre plus large de l'étude des surfaces de la classe VII de Kodaira et de la conjecture CSG. Rappelons que la classe VII de Kodaira est la seule classe de surfaces complexes compactes dont la classification est considérée toujours incomplète. Récemment cette classification a été abordée dans plusieurs papiers qui sont parus dans de très prestigieuses revues.

L'étude qu'on a entreprise en 2013 indique la nécessité de traiter trois cas de régularité pour les courants positifs d -fermés sur les surfaces de la classe VII. L'actuel projet est de comprendre et décrire ces trois cas.

3. PUBLICATIONS DES PARTICIPANTS SUR LA PÉRIODE 2012-2017

- (1) M. Toma, Vector bundles on blown-up Hopf surfaces, Cent. Eur. J. Math. 10 (2012), 1356-1360.
- (2) M. Aprodu, R. Moraru, M. Toma, Two-dimensional moduli spaces of vector bundles over Kodaira surfaces, Adv. Math. 231 (2012), 1202-1215.
- (3) M. Toma, Compact moduli spaces for slope-semistable sheaves, Oberwolfach Reports 43 (2012), DOI: 10.4171/OWR/2012/43.
- (4) I. Chiose, M. Toma, On compact complex surfaces of Kähler rank one, Amer. J. Math. 135 (2013), 851-860.

- (5) I. Chiose, Obstructions to the existence of Kähler structures on compact complex manifolds. *Proc. Amer. Math. Soc.* 142 (2014), 3561-3568.
- (6) M. Aprodu, M. Toma, Boundedness for some rationally connected threefolds in \mathbb{P}^6 , *Comm. Algebra* 42 (2014), 3876-3882.
- (7) I. Chiose, The Kähler rank of compact complex manifolds. *J. Geom. Anal.* 26 (2016), 603-615.
- (8) R. Moosa, M. Toma, Essential saturation of OT-manifolds *Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie* 58 (2015), 311-316.
- (9) M. Toma, Bounded sets of sheaves on Kähler manifolds, *Journal Reine Angew. Math.* 710 (2016), 77-93
- (10) D. Greb, J. Ross, M. Toma, Moduli of vector bundles on higher-dimensional base manifolds - construction and variation, *Internat. J. Math.* 27 (2016), 1650054, DOI: 10.1142/S0129167X16500543.
- (11) D. Greb, J. Ross, M. Toma, Variation of Gieseker moduli spaces via quiver GIT, *Geom. Topol.* 20 (2016), 1539-1610.
- (12) D. Greb, M. Toma, Compact moduli spaces for slope-semistable sheaves, *Algebr. Geom.* 4 (2017), 40-78.
- (13) A. Perego, M. Toma, Moduli spaces of bundles over non-projective K3 surfaces, *Kyoto J. Math.* 57 (2017), 107-146.