

## Projet de collaboration sur

### **Géométrie des surfaces d'Alexandrov, Convexité**

dans le cadre de GDRI ECO-Math, pour l'année 2017

**Equipe.** I. Bárány (Budapest), A. Fruchard (Mulhouse), C. Vîlcu et T. Zamfirescu (Bucarest)

**Thèmes de recherche.** Une cage est le squelette 1-dimensionnel d'un polytope convexe dans  $\mathbb{R}^3$ . Une cage  $G$  est censée contenir un ensemble compact  $K$  disjoint de  $G$  si aucun mouvement rigide ne peut amener  $K$  dans une position lointaine sans rencontrer  $G$  sur son chemin. Déjà en 1959, Coxeter a soulevé le problème de trouver une cage de longueur totale minimale tenant la balle du rayon 1 dans  $\mathbb{R}^3$ . Dans les années suivantes, Besicovitch et Aberth résolut le problème de Coxeter. Un de notre buts est d'étendre l'étude à d'autres ensembles convexes compacts remplaçant la balle. Les articles suivants récents sont dans la même direction.

T. Zamfirescu et I. Bárány, Circles holding typical convex bodies, *Libertas Math.* 33 (2013) 21-25.

T. Zamfirescu et I. Bárány, Holding Circles and Fixing Frames, *Discrete Comput. Geom.* 50 (2013) 1101-1111.

T. Zamfirescu et L. Montejano, When is a Disk Trapped by Four Lines?, *Graphs Combin.* 31 (2015) 467-476.

T. Zamfirescu, Escaping from a cage, *Libertas Math.* 35 (2015) 43-49.

On dit qu'un tétraèdre est isocèle si la courbure singulière de chacun de ses sommets est exactement  $\pi$ . Ces objets ont de nombreuses propriétés intéressantes, du point de vue de leur géométrie intrinsèque. Par exemple, ils admettent des géodésiques simples infiniment longues, ainsi que des géodésiques simple fermées arbitrairement longues. Il a été prouvé par V. Yu. Protasov que cette dernière propriété les caractérise parmi les polyèdres convexes. Son résultat a récemment été amélioré pour des surfaces convexes par A. Akopyan et A. Petrunin. Un de notre buts est de déterminer les polyèdres (non nécessairement convexes) ayant des géodésique simples et denses.

A. Akopyan and A. Petrunin, Long geodesics on convex surfaces, arXiv:1702.05172.

V. Yu. Protasov, On the number of closed geodesics on a polyhedron, *Russ. Math. Surv.* 63, No. 5, 978–980 (2008).

**Activités.** On envisage des déplacements de I. Bárány (Budapest) à Bucarest, de A. Fruchard (Mulhouse) à Bucarest, de C. Vîlcu (Bucarest) à Budapest, et de T. Zamfirescu (Bucarest) à Budapest et Mulhouse.

On envisage également d'organiser une rencontre à Bucarest sur la géométrie discrète et convexe, avec approximativement 20 participants. T. Zamfirescu, un des organisateurs, a déjà organisé 11 conférences sur cette thème, au cours des années, à Dortmund et à Bucarest.