

**RAPORT ȘTIINȚIFIC PRIVIND IMPLEMENTAREA PROIECTULUI
“SPECTRAL METHODS IN HYPERBOLIC GEOMETRY”
PN-III-P4-ID-PCE-2020-0794 ÎN PERIOADA 2021–2023**

SERGIU MOROIANU

Pagina proiectului <http://www.imar.ro/~sergium/0794/0794.html> este la zi.
Obiectivele științifice:

- (1) Obiectivul 1: Determinantul operatorului Dirac pe suprafețe cu cuspiduri
- (2) Obiectivul 2: Vol_R este potențial Kähler
- (3) Obiectivul 3: Fibratul Chern-Simons pe spațiul Teichmüller cu cuspiduri
- (4) Obiectivul 4: Degenerarea adiabatică a determinantului
- (5) Obiectivul 5: Asimptotică nucleului caldurii

Indicatori în propunerea de proiect

- Angajarea a doi cercetători cu experiență prin competiție internațională
- Angajarea unui cercetător în formare prin competiție internațională
- Publicarea a cel puțin 5 articole în jurnale științifice de top
- Organizarea unei conferințe internaționale

Indicatori realizați:

- 3 cercetători cu experiență angajați
- 1 masterand angajat
- 1 monografie în curs de apariție la o editură de prestigiu
- 13 articole publicate sau în curs de publicare în reviste ISI
- 3 preprinturi trimise spre publicare la reviste ISI
- 4 articole în alte reviste
- 4 conferințe internaționale organizate
- 37 expuneri la conferințe internaționale
- 10 expuneri invitate la seminarii științifice din țară și străinătate.

Obiectivele științifice au fost atinse. Indicatorii au fost atinși în privința angajării de cercetători prin concurs. Indicatorii au fost depășiți în ce privește publicarea de articole (13 articole de înalt nivel față de 5 preconizate, adică 260%) și 4 conferințe internaționale (față de 1 preconizată în propunerea de proiect, adică 400%). În ansamblu, indicatorii au fost atinși sau chiar depășiți.

Rezultatul științific cel mai semnificativ al proiectului este probabil demonstrarea faptului că funcția zeta Selberg a operatorului Dirac pe suprafețe hiperbolice compacte converge în degenerarea adiabatică către funcția zeta Selberg a suprafeței-limită cu două cuspiduri. Specializând la valoarea centrală $s = 1/2$, se obțin informații despre determinantul operatorului Dirac în limita adiabatică. Este un rezultat spectaculos care va impacta

cu siguranța studiul spațiilor de moduli de suprafețe Riemann. Proiectul a produs multe alte rezultate valoroase descrise mai jos.

PUBLICAȚII ȘI PREPRINTURI

- (1) J. O’Rourke, C. Vilcu: *Reshaping Convex Polyhedra*, monografie, Springer-Verlag (2024), 239 pag, 125 figuri, ISBN 978-3-031-47510-8.
- (2) V. Cortés, L. David, “ B_n -generalized pseudo-Kähler structures”, *J. Geom. Analysis* (2023), 33:261, arxiv:2206.10456.
- (3) J. O’Rourke, C. Vilcu, *Cut locus realizations on convex polyhedra*, *Computational Geometry: Theory and Applications Vol. 114, No. C* (2023), 102010, doi.org/10.1016/j.comgeo.2023.102010.
- (4) V. Branding, S. Montaldo, C. Oniciuc, A. Ratto, *Polyharmonic hypersurfaces into pseudo-Riemannian space forms*, *Annali di Matematica Pura ed Applicata*, (4) 202 (2023), no.2, 877–899, DOI10.1007/s10231-022-01263-1
- (5) Maria Del Mar González, Liviu Ignat, Dragoș Manea, Sergiu Moroianu, *Concentration limit for non-local dissipative convection-diffusion kernels on the hyperbolic space*, preprint arXiv:2302.02624, submitted.
- (6) R. Stan, *The Selberg trace formula for spin Dirac operators on degenerating hyperbolic surfaces*, preprint arXiv:2212.11793, submitted.
- (7) C. Cazacu, L. Ignat, D. Manea, *The Hardy inequality and large time behaviour of the heat equation on $R^{N-k} \times (0, \infty)^k$* , *Journal of Differential Equations* 375 (2023) 682-705, DOI 10.1016/j.jde.2023.09.007, arxiv.org/abs/2211.08828.
- (8) D. Fetcu, C. Oniciuc, *Biharmonic and biconservative hypersurfaces in space forms*, *Differential geometry and global analysis - in honor of Tadashi Nagano*, 65–90, *Contemp. Math.*, 777, Amer. Math. Soc. (2022), DOI: <https://doi.org/10.1090/conm/777/15628>
- (9) C. Anghel, *Heat kernel asymptotics for real powers of Laplacians*, arXiv:2203.14142, *Canadian Journal of Mathematics* (2023), in curs de apariție.
- (10) Montaldo, S.; Oniciuc, C.; Ratto, A.; *On the second variation of the biharmonic Clifford torus in S^4* , *Ann. Global Anal. Geom.* 62 (2022), no. 4, 791–814.
- (11) V. Branding, S. Montaldo, C. Oniciuc, and A. Ratto, *Unique continuation properties for polyharmonic maps between Riemannian manifolds*, *Canad. J. Math.* 2023, pp. 1-28, DOI10.4153/S0008414X21000420
- (12) B. Flamencourt, S. Moroianu, *Cauchy spinors on 3-manifolds*, *J. Geom. Analysis* 32 (2022), art. 186.
- (13) J. O’Rourke, C. Vilcu: *Simple Closed Quasigeodesics on Tetrahedra*, *Information* 2022, 13(5), 238.
- (14) S. Moroianu, *Higher transgressions of the Pfaffian*, *Revista Matematica Iberoamericana* 38 (2022), no. 5, 1425-1452.
- (15) S. Montaldo, C. Oniciuc, A. Ratto, *Polyharmonic hypersurfaces into space forms*, *Israel J. Math.* 249 (2022), no. 1, 343–374.

- (16) C Anghel, R Stan, *Uniformization of Riemann surfaces revisited*, Annals of Global Analysis and Geometry 62 (2022), 603-615.
- (17) J. O'Rourke, C. Vilcu: Cut Locus Realizations on Convex Polyhedra, Proc. CCCG 21, 279-285.
- (18) V. Cortes, L. David, *T-duality for transitive Courant algebroids*, arxiv: 2101.07184 v2/2021, J. Symplectic Geom. 21, no. 4 (2023).

CONFERINȚE ORGANIZATE:

- Cezar Oniciuc a fost unul dintre organizatorii conferinței "Differential Geometry Workshop 2023", Alexandru Ioan Cuza University Iași, 06 - 09.09.2023.
- Sergiu Moroianu a fost unul dintre organizatorii conferinței "Semiclassical limits of modes and quasi modes", Auffargis, Paris, France, 13 - 18.11.2022.
- Cezar Oniciuc a fost unul dintre organizatorii conferinței "Differential Geometry Workshop 2022", University of Vienna, 07 - 09.09.2022.
- Sergiu Moroianu a fost unul dintre organizatorii conferinței "Semiclassical trace formula", Paris, Franta, 15 - 19.11.2021.

EXPUNERI LA CONFERINȚE INTERNAȚIONALE (DISEMINAREA REZULTATELOR)

- (1) S. Moroianu presented "Localization of random Schrödinger operators on graphs using fractional moments of Green operators" at Anderson Localization, Auffargis, France, 14 - 18.11.2023.
- (2) S. Moroianu presented "Gauss-Bonnet formulae on noncompact manifolds" at the conference "Geometry beyond Riemann: Curvature and Rigidity", ESI Vienna, 16 - 20.10.2023
- (3) S. Moroianu presented "The Gauss-Bonnet formula on polyhedral manifolds" at the conference "Prospects in Geometry and Global Analysis", Rauischholzhausen-schloss, Germany, 21 - 25.08.2023
- (4) D. Manea presented "Concentration limit for non-local dissipative convection-diffusion kernels on the hyperbolic space" at the 10th Congress of Romanian Mathematicians, Pitești, 30.06-5.07.2023.
- (5) C. Vilcu presented "Reshaping convex polyhedra" at the 10th Congress of Romanian Mathematicians, Pitești, 30.06-5.07.2023.
- (6) L David presented " B_n -Generalized Pseudo-Kähler Structures" at the 10th Congress of Romanian Mathematicians, Pitești, 30.06-5.07.2023.
- (7) S. Moroianu presented "Microlocalization of quantum measures" at Arithmetic quantum unique ergodicity, Cap Ferret, France, 12 - 16.16.2023.
- (8) C. Anghel presented "Microlocal lifts of quantum measures on compact hyperbolic surfaces" at Arithmetic quantum unique ergodicity, Cap Ferret, France, 12 - 16.16.2023.
- (9) D. Manea presented "Concentration limit for non-local dissipative convection-diffusion kernels on the hyperbolic space" at the conference "Nonlocal Equations: Analysis and Numerics", Bielefeld, Germania, 06 - 10.03.2023.

- (10) C. Anghel presented “Non-local coefficients in the heat asymptotics for real powers of Laplacians” at Aussois Winter School, Aussois, France, 11 - 16.12.2022.
- (11) R. Stan, “Uniform Weyl’s law on degenerating surfaces” at Random walks and related random topics, University of Goettingen, 17-21.10.2022.
- (12) R. Stan, “Valori proprii ale suprafetelor hiperbolice” at A XXIV-a Conferinta anuala a SSMR, Universitatea Politehnica, 28.10.2022.
- (13) C. Anghel, “Hassel’s construction of semiclassical measures in the stadium” at Semiclassical limits of modes and quasi modes , Paris, France, 13 - 18.11.2022.
- (14) C. Anghel, “Non-local coefficients in the heat asymptotics for real powers of Laplacians” at Young Women in Geometric Analysis, Bonn, Germany, 27-29.06.2022.
- (15) C. Anghel, “Non-local coefficients in the heat asymptotics for real powers of Laplacians” at Analytic and Geometric Aspects of Spectral Theory, Oaxaca, Mexico, 15-19.08.2022 (online).
- (16) C. Anghel, “Heat kernel asymptotics for real powers of Laplacians” at Doctoral Research Days Workshop, IMAR, Bucharest, 11-12.10.2022 (online).
- (17) C. Anghel, “Heat kernel asymptotics for real powers of Laplacians” at Random Walks and related random topics, Gottingen, Germany, 17-21.10.2022.
- (18) C. Anghel, “Functia Zeta-Epstein si nucleul caldurii” at A XXIV-a Conferinta anuala a SSMR, Universitatea Politehnica, Bucharest, 28.10.2022.
- (19) S. Moroianu, “Counterexamples to Unique Quantum Ergodicity” at Semiclassical limits of modes and quasi modes , France, 14 - 18.11.2022.
- (20) D. Manea, “A Non-local non-linear convection-diffusion problem on metric trees”, ”Heating up networks - analysis meets applications meeting”, 05 - 10 octombrie 2022, Keiserslautern, Germania, <https://mat-dyn-net.eu/en/activities/ca18232-heating-up-networks-analysis-meets-applications-workshop>
- (21) D. Manea presented “A Non-local non-linear convection-diffusion problem on the Hyperbolic space” and “A Non-local non-linear convection-diffusion problem on metric trees” at the ”IX Partial differential equations, optimal design and numerics”, 21 august - 02 septembrie 2022, Benasque, Spania
- (22) L. David presented “ B_n generalized pseudo-Kahler structures”, at Inaugural Conference ’Edging Higher’, International Center for Mathematical Sciences, Sofia, Bulgaria, 10 - 14.07.2022
- (23) C. Anghel presented “Shadowing Lemma and Anosov Closing Lemma” at Entropy of semiclassical measures, Les Plantiers, France, 13 - 17.06.2022.
- (24) R. Stan presented “Jacobi fields and the Anosov property of the geodesic flow” at Entropy of semiclassical measures, Les Plantiers, France, 13 - 17.06.2022.
- (25) S. Moroianu presented “Ergodicity of the geodesic flow” at Entropy of semiclassical measures, Les Plantiers, France, 13 - 17.06.2022.
- (26) D. Manea presented “A Non-local non-linear convection-diffusion problem on the Hyperbolic space”, Workshop for Young Researchers in Mathematics? 11th Edition, 19 mai - 20 2022, IMAR, <https://fmi.univ-ovidius.ro/cercetare/wyrm2022/>

- (27) C. Anghel presented “Non-local coefficients in the heat asymptotics for real powers of Laplacians”, Workshop for Young Researchers in Mathematics (11th Edition), Bucharest, 19 - 20.05.2022.
- (28) D. Manea presented “Non-local transport problem on Hyperbolic space”, Workshop for Young Researchers in Mathematics (11th Edition), Bucharest, 19 - 20.05.2022.
- (29) R. Stan, presented “Selberg trace formula on compact manifolds”, Workshop for Young Researchers in Mathematics (10th Edition), Constanta, 20 - 21.05.2021
- (30) C Anghel presented “Heat kernel asymptotics for real powers of Laplacians”, Workshop for Young Researchers in Mathematics (10th Edition), Constanta, 20 - 21.05.2021
- (31) C Vîlcu presented “Cut Locus Realizations on Convex Polyhedra”, 33rd Canadian Conference on Computational Geometry (CCCG 2021), Canada (on-line), 10 - 12 august 2021.
- (32) C Vîlcu presented “Convexity on Convex Polyhedra”, The 14th International Conference on Discrete Mathematics: Discrete Geometry and Graph Theory, București, 30.08 - 3.09.2021.
- (33) L David, ”Generalized connections, spinors and T -duality”, ONEW Generalized Connections and Curvature, Barcelona University (Spain) and University of Hamburg (Germany), 15.11.2021.
- (34) C Anghel, “WKB expansions of solutions of the Schrodinger equation”, Semiclassical Trace Formula Workshop, Paris, France, 15 - 19.11.2021.
- (35) R. Stan, ”WKB-expansions and applications to the Hamilton-Jacobi equation”, Semiclassical Trace Formula Workshop, Paris, France, 15 - 19.11.2021.
- (36) S Moroianu, “Semiclassical pseudodifferential operators”, Semiclassical Trace Formula Workshop, Paris, France, 15 - 19.11.2021.
- (37) L David, “ T -duality for transitive Courant algebroids”, Special Geometry, Mirror Symmetry and Integrable Systems, Waseda University/RIMS Kyoto University (Japan), 29.11 - 2.12.2021.

EXPUNERI INVITATE (DISEMINAREA REZULTATELOR)

- (1) C. Anghel, “Non-local coefficients in the heat asymptotics for real powers of Laplacians”, University of Göttingen, 25.04.2023.
- (2) R.Stan, “The Selberg trace formula for spin Dirac operators on degenerating hyperbolic surfaces”, University of Göttingen, 26.04.2023.
- (3) R. Stan, “Uniformization of Riemann surfaces revisited”, University of Bristol, 28.02.2023.
- (4) R. Stan, “Selberg zeta function for the Dirac operator on degenerating hyperbolic surfaces”, University of Regensburg, 22.07.2022.
- (5) L David, “Generalized pseudo-Kahler structures of type B_n I”, Geometry seminar, IMAR, Bucharest, 5.07.2022
- (6) L David, “Generalized pseudo-Kahler structures of type B_n II”, Geometry seminar, IMAR, Bucharest, 18.10.2022

- (7) C. Vilcu, "Simple Closed Quasigeodesics on Tetrahedra", IMAR Geometry Seminar, 24.05.2022
- (8) L David, " T -duality for transitive Courant algebroids", *Utrecht Geometry Center* (Olanda), 26.03.2021.
- (9) S Moroianu, Université de Lorraine, Metz, 30 .09.2021.
- (10) S Moroianu, University of Luxembourg, 28.09.2021.

COLABORARI ȘTIINȚIFICE PE TEMA PROIECTULUI (DOCUMENTARE)

- Cipriana Anghel a vizitat Universitatea din Geneva, 01 - 11.04.2022.
- R. Stan a vizitat Universitatea din Geneva, 01 - 11.04.2022.
- Andrei Moroianu (Orsay, France) a vizitat IMAR, 17.03.2021 - 02.04.2021
- Adrien Boulanger (Bologna, Italy) a vizitat IMAR, 24.04.2021 - 17.05.2021
- Richard Horja (Miami, SUA) a vizitat IMAR, 29.08 - 4.09.2021.
- Dirk Frettlöh (Bielefeld, Germania) a vizitat IMAR, 29.08 - 3.09.2021.
- S Moroianu, Université de Lorraine, Metz, France, 13.09 - 8.10.2021
- C Anghel, University of Geneva, 1 - 14.11.2021.
- R Stan, University of Geneva, 1 - 14.11.2021.
- Andrei Moroianu (Orsay, France) a vizitat IMAR, 18.11.2021 - 06.12.2021

PARTICIPĂRI LA CONFERINȚE ȘI ȘCOLI DE VARĂ (DOCUMENTARE)

- C. Anghel attended "The Tenth Congress of Romanian Mathematicians", Pitești, 30.06.2023-05.07.2023.
- R. Stan attended "The Tenth Congress of Romanian Mathematicians", Pitești, 30.06.2023-05.07.2023.
- R. Stan attended "Aussois Winter School", Aussois, France, 11 - 16.12.2022.
- R. Stan attended "Workshop for Young Researchers in Mathematics" (11th Edition), Bucharest, 19 - 20.05.2022.
- C. Anghel attended "Geometry and Analysis on non-compact manifolds", Marseille, France, 28.03.2022-01.04.2022.
- R. Stan attended "Geometry and Analysis on non-compact manifolds", Marseille, France, 28.03.2022-01.04.2022.
- S. Moroianu attended "Geometry and Analysis on non-compact manifolds", Marseille, France, 28.03.2022-01.04.2022.
- S Moroianu attended "Locally Conformal Symplectic Manifolds: Interactions and Applications", Banf, Canada, 8-12 Noiembrie 2021.

DESCRIEREA REZULTATELOR ȘTIINȚIFICE OBTINUTE

T -duality for transitive Courant algebroids (obiectivul 1). Am definit notiunea de T -dualitate pentru algebroizi Courant tranzitivi, notiune ce generalizeaza T -dualitatea algebroizilor Courant exacti, introdusa si studiata de catre G. Cavalcanti si M. Gualtieri in lucrarea "Generalized complex geometry and T -duality" (2011). Fie E si \tilde{E} doi algebroizi Courant peste M , respectiv \tilde{M} , unde M si \tilde{M} sunt spatiile totale ale unor fibrari principale

$\pi : M \rightarrow B$ și $\tilde{\pi} : \tilde{M} \rightarrow B$ peste aceeași bază B , cu grup structural un tor k -dimensional T^k . Presupunem că E și \tilde{E} sunt dotate cu o acțiune a lui T^k , acțiune care lățește acțiunea lui T^k pe M și \tilde{M} . Spunem că E și \tilde{E} sunt în T -dualitate dacă pullback-urile lor E_N și \tilde{E}_N pe spațiul intermediar

$$N = M \times_B \tilde{M} = \{(p, \tilde{p}) \in M \times \tilde{M}, \pi(p) = \tilde{\pi}(\tilde{p})\}$$

sunt izomorfe printr-un izomorfism care satisface o condiție de non-degenerare și o proprietate de invarianță în raport cu $T^{2k} = T^k \times T^k$. Am demonstrat că dacă E și \tilde{E} sunt în T -dualitate atunci există un izomorfism τ între spațiile de secțiuni invariante ale unor fibrări spinoriale ale lui E și \tilde{E} bine alese, iar acest izomorfism comută cu operatorii de generare Dirac a lui E și \tilde{E} . În plus, există un izomorfism I între spațiile secțiunilor invariante ale lui E și \tilde{E} . Aceste două izomorfisme sunt compatibile, i.e. satisfac $\tau(u \cdot s) = I(u) \cdot \tau(s)$ pentru orice spinor invariant s și secțiune invariantă u a lui E , unde \cdot este acțiunea Clifford. Am demonstrat existența unui T -dual pentru o clasă de algebroizi Courant tranzitivi. Cazuri importante particulare ale construcției noastre se referă la algebroizi Courant exacti și la algebroizi Courant heterotici.

B_n -Generalized Pseudo-Kähler structures (obiectivul 1). Am introdus noțiunea de structură pseudo-Kähler generalizată pe o clasă particulară simplă dar importantă de algebroizi Courant, numiți exacti impari. Definim o structură aproape pseudo-Hermitiană generalizată de tip B_n pe un algebroid Courant exact impar E peste o varietate M de dimensiune n ca fiind o pereche (E_-, \mathcal{F}) formată dintr-o metrică generalizată $E_- \subset E$ și o structură aproape complexă generalizată $\mathcal{F} \in \text{End}(E)$ de tip B_n compatibilă, în sensul că $\mathcal{F}(E_-) \subset E_-$. Condiția de compatibilitate implică existența unei a doua structuri aproape complexe generalizate de tip B_n , $\mathcal{F}_2 := G^{\text{end}}\mathcal{F}$ (unde $G^{\text{end}} \in \text{End}(E)$ satisface $G^{\text{end}}|_{E_{\pm}} = \pm \text{Id}$, unde E_+ este complementul ortogonal al lui E_- în raport cu produsul scalar al lui E). Spunem că perechea (G, \mathcal{F}) este integrabilă (sau o structură pseudo-Kähler generalizată de tip B_n) dacă \mathcal{F} și \mathcal{F}_2 sunt integrabile. Rezultatul principal al articolului constă în exprimarea noțiunii de structură pseudo-Kähler generalizată de tip B_n în termeni de câmpuri tensoriale clasice pe baza M a lui E .

Pentru a exemplifica teoria descriem toate structurile pseudo-Kähler generalizate de tip B_n stâng invariante peste grupuri Lie de dimensiune 2 și 3, și dăm exemple în dimensiune 4.

Higher transgressions of the Pfaffian (obiectivul 1). Caracteristica Euler a unei varietăți compacte poate fi calculată prin integrala Pfaffianului curbării Riemaniene. Atunci când varietatea are frontieră, la această integrală trebuie adăugată o integrală pe bord în funcție de curbura medie. Termeni similari de corecție există pentru colțuri de orice codimensiune, formula fiind descoperită de Allendoerfer și Weil. Metoda de demonstrație este prin deformarea frontierei, aproximare cu metrici real-analitice și scufundare izometrică în spațiul euclidian. În articolul de față formula Allendoerfer-Weil este extinsă la cazul unor varietăți poliedrale posibil neregulate, folosind metoda transgresiei introdusă de Chern. Întai construim o procedură de a defini transgresii de ordin superior pentru Pfaffian în prezența unei familii liniar independente de secțiuni într-un fibrat; procedură este apoi

aplicata fibratului tangent. Rezultatul principal leaga caracteristica Euler de suma acestor transgresii pentru toate fetele varietatii poliedrale. Sunt date formule pentru varietati sferice, euclidiene sau hiperbolice cu fete total geodezice, precum si aplicatii la calcularea volumului 4-simplexelor hiperbolice ideale.

Cauchy spinors on 3-manifolds (obiectivul 1). Fie \mathcal{Z} o varietate spin 4-dimensională care admite un spinor paralel, si $M \hookrightarrow \mathcal{Z}$ o hypersuprafata. A doua forma fundamentala a incluziunii induce o conexiune metrica plata pe TM . Astfel de conexiuni satisfac o ecuatie diferentiala cu derivate parțiale eliptica si neliniara in functie de un 2-tensor simetric pe M . Atunci cand M este compacta si are curbura scalara pozitiva, ecuatiile liniarizate va avea nucleu de dimensiune finita. Patru familii de solutii sunt cunoscute pe sfera 3-dimensională \mathbb{S}^3 inzeestrata cu metrica standard. Studiem ecuatiile liniarizate in vecinatatea acestor solutii si construim, ca un corolar, o metrica incompleta hiperkähleriana pe $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{R}$ strans legata de familia de metrice Taub-NUT euclidiene pe \mathbb{R}^4 . Pe sfera \mathbb{S}^3 nu exista alte solutii de tip particular: care sa fie constante intr-un reper stang- (sau drept-) invariante, sau care sa fie invariante in directia unui camp de vectori proprii invariant la translatii la stanga sau la dreapta. Din acest rezultat deducem o generalizare a teoremei lui Liebmann de rigiditate a sferelor.

Heat kernel asymptotics for real powers of Laplacians (obiectivul 1). Considerăm un Laplacian generalizat ne-negativ și auto-adjunct Δ care acționează pe secțiunile unui fibrat vectorial hermitian \mathcal{E} peste o varietate închisă M de dimensiune n . În acest articol, descriem comportamentul asimptotic la timp mic al nucleului căldurii h_t corespunzător unei puteri reale Δ^r , $r \in (0, 1)$. În primul rând, studiem separat asimptotica lui h_t de-a lungul diagonalei din $M \times M$ și apoi într-o mulțime compactă disjunctă de diagonală. Termeni logaritmici apar doar atunci când dimensiunea n este impară iar r este rațional cu numitor par. Metoda pe care o folosim pentru a descrie explicit coeficienții din dezvoltarea asimptotică a lui h_t este să utilizăm formula Mellin și formula Mellin inversă pentru a lega coeficienții lui h_t de coeficienții nucleului căldurii standard al Laplacianului generalizat Δ . În al doilea rând, demonstrăm că în dezvoltarea asimptotică a lui h_t de-a lungul diagonalei coeficienții sunt netriviali. Mai mult, arătăm că anumiți coeficienți sunt nelocali. În cazul special $r = 1/2$, demonstrăm o formulă simultană pentru cele două cazuri arătând că nucleul căldurii corespunzător lui $\Delta^{1/2}$ este o secțiune poliomogen conormală în $\mathcal{E} \boxtimes \mathcal{E}^*$ peste spațiul M_{heat} obținut prin blow-upul standard al diagonalei la timp $t = 0$ în $[0, \infty) \times M \times M$.

Spectral convergence of the Dirac operator on typical hyperbolic surfaces of high genus (obiectivul 1). Spectrul Dirac al suprafețelor hiperbolice tipice de arie finita, echipate cu o structura de spin netriviala este discret. Pentru suprafețe aleatoare in sens Weil-Petersson de gen mare g , cu aproximativ $o(\sqrt{g})$ cuspiduri, demonstram convergenta densitatii spectrale catre densitatea spectrala a planului hiperbolic, cu estimari cantitative ale erorii. Acest rezultat implica limite superioare pentru functiile de numarare spectrala si multiplicitati, precum si o lege uniforma a lui Weyl, valabila pentru suprafețele hiperbolice tipice echipate cu orice structura spin netriviala.

The Selberg trace formula for spin Dirac operators on degenerating hyperbolic surfaces (obiectivul 1). Investigam spectrul operatorului spin Dirac pe familii de suprafețe hiperbolice în care un set de geodezice simple și disjuncte se micșorează către 0, sub ipoteza că structura spin este netrivială de-a lungul fiecărei geodezice strânse. Principalul instrument este o formulă de urmă pentru operatorul Dirac pe suprafețe hiperbolice de arie finită. Derivăm o versiune a teoremei lui Huber și o expansiune asimptotică non-standard pentru urmele de căldură pe suprafețe hiperbolice cu cuspiduri. Ca un corolar, găsim o lege Weyl simultană pentru valorile proprii ale operatorului Dirac care este *uniformă* în parametrul de degenerare. Rezultatul principal este convergența funcției zeta Selberg asociată operatorului Dirac pe astfel de familii de suprafețe hiperbolice. Un rol central este jucat de o funcție de clasă ε determinată de structura spin.

The Hardy inequality and large time behaviour of the heat equation on $\mathbb{R}^{N-k} \times (0, \infty)^k$ (obiectivul 2). În acest articol studiem comportamentul asimptotic la timp mare pentru ecuația căldurii cu potențial invers-pătratic de tip Hardy pe spații de forma $\mathbb{R}^{N-k} \times (0, \infty)^k$, $k \geq 0$. În prima parte a articolului, demonstrăm o inegalitate originală de tip Hardy-Poincaré pentru oscilatorul armonic cu potențial Hardy. Acest rezultat ne va permite să construim spațiile funcționale potrivite pentru formularea problemei Cauchy și pentru studiul atât al ratei de descreștere polinomială, cât și al primului termen din dezvoltarea asimptotică a soluției în $L^2(\mathbb{R}^{N-k} \times (0, \infty)^k)$. În particular, extindem rezultatele obținute de Vázquez și Zuazua (J. Funct. Anal. 2000) în cazul $k = 0$ la cazul unui $k \geq 0$ arbitrar. De asemenea, evidențiem faptul că rata de descreștere a soluției la timp mare este cu atât mai abruptă cu cât parametrul k se apropie de N . Abordarea noastră este una inovativă și simplificată în comparație cu cea întreprinsă de Vázquez și Zuazua, inclusiv prin renunțarea la descompunerea în serie de armonice sferice.

Concentration limit for non-local dissipative convection-diffusion kernels on the hyperbolic space (obiectivul 2). Acest articol este dedicat studiului unei ecuații nelocale de evoluție pe spațiul hiperbolic \mathbb{H}^N . În prima parte, considerăm un model de transport de particule descris de un nucleu nelocal care este definit pe fibratul tangent și este invariant la fluxul geodezic. Studiem apoi relaxarea acestui model către o problemă locală de transport, pe măsură ce nucleul se concentrează în jurul originii din fiecare spațiu tangent. Mai exact, presupunând anumite condiții de regularitate și integrabilitate ale nucleului, demonstrăm faptul că soluția problemei nelocale converge la cea a problemei locale. În continuare, construim o clasă largă de nuclee ce satisfac condițiile necesare pentru convergență.

În a doua parte a articolului, ne concentrăm atenția pe o ecuație nelocală și neliniară de convecție-difuzie pe \mathbb{H}^N descrisă de două nuclee, câte unul pentru partea de difuzie și, respectiv, convecție. Demonstrăm că soluția acestei probleme converge, pe măsură ce nucleele se concentrează, la soluția unei probleme locale de convecție-difuzie. Pentru a demonstra această convergență, introducem o teoremă de compacitate pe varietăți în spiritul rezultatelor obținute de Bourgain-Brezis-Mironescu.

Unique continuation properties for polyharmonic maps between Riemannian manifolds (obiectivul 2). Aplicațiile poli-armonice de ordin r sunt o generalizare naturală a aplicațiilor armonice și biarmonice. Ele sunt definite ca fiind punctele critice ale unor funcționale determinate de energii de ordin superior care generalizează clasic funcțională a energiei pentru aplicații între varietăți riemanniene. Aplicațiile poli-armonice de ordin r sunt caracterizate de o ecuație eliptică neliniară de ordin $2r$. În această lucrare s-a demonstrat că aplicațiile poli-armonice verifică câteva proprietăți de unică continuare. Astfel, s-a arătat: (i) dacă o aplicație poli-armonică este armonică pe o submulțime deschisă a domeniului de definiție, atunci aplicația este armonică peste tot; (ii) dacă două aplicații poli-armonice cu același domeniu și codomeniu coincid pe o submulțime deschisă a domeniului de definiție, atunci ele coincid (peste tot); (iii) dacă o aplicație poli-armonică cu valori în sfera euclidiană "trimite" o submulțime deschisă a domeniului într-o hipersferă mare a codomeniului, atunci imaginea întregului domeniu este inclusă în acea hipersferă. Demonstrațiile se bazează pe rezultatul clasic al lui Aronszajn de unică continuare pentru operatori eliptici de ordin 2 și introducerea, în manieră adecvată, de noi variabile astfel să reducem ordinul de derivare $2r$ la 2.

Polyharmonic hypersurfaces into pseudo-Riemannian space forms (obiectivul 2). În această lucrare s-a continuat studiul hipersuprafețelor poli-armonice, dar acum în spații pseudo-riemanniene de curbura secțională constantă. Atunci când hipersuprafața are curbura medie constantă și urma operatorului A^2 constantă (ceea ce este analogul condiției norma operatorului formă A este constantă, din cazul riemannian), ecuația de caracterizare este similară cu cea obținută în cazul riemannian. Totuși, acum apar diferențe importante față de cazul precedent, principalul motiv fiind faptul că operatorul formă nu mai este tot timpul diagonalizabil. În particular s-a obținut clasificarea completă a suprafețelor izoparametrice poli-armonice în forme spațiale Lorentz 3-dimensionale.

Polyharmonic hypersurfaces into space forms (obiectivul 2). Am studiat hipersuprafețele poli-armonice de ordin r în forme spațiale de curbura secțională constantă c . În general, o subvarietate poli-armonică de ordin r este caracterizată de faptul că imersia izometrică care o definește verifică o ecuație eliptică neliniară de ordin $2r$ în care termenul de ordin cel mai mare este dat de laplacianul compus cu el însuși de r -ori. Forma ecuației de caracterizare a hipersuprafețelor poli-armonice este foarte complicată dar, în cazul hipersuprafețelor de curbura medie f constantă și cu norma operatorului forma $|A|$ constantă ea se simplifică foarte mult. Astfel se ajunge la o ecuație de caracterizare de gradul 4 în norma operatorului forma, indiferent de r , iar ordinul r apare drept coeficient al acestei ecuații de gradul 4 relativ simple. Datorită acestei ecuații, s-a putut demonstra că dacă c este mai mic sau egal cu zero, atunci o hipersuprafața poli-armonică cu f constantă și $|A|$ constantă este minimală. Acesta este un rezultat de neexistență deoarece orice subvarietate minimală (armonică) este poli-armonică. Dar, dacă c este strict pozitiv, adică varietatea ambiantă este sfera euclidiană, situația este diferită. Astfel s-au clasificat toate hipersuprafețele izoparametrice care sunt poli-armonice, obținându-se numeroase exemple de hipersuprafețe poli-armonice (și neminimale).

Biharmonic and biconservative hypersurfaces in space forms (obiectivul 2).

Această lucrare studiaza hipersuprafețele biarmonice și biconservative în forme spațiale. Pe lângă prezentarea uniformă a rezultatelor recente obținute în acest domeniu, autorii au dat o nouă demonstrație, mult mai simplă, a unui rezultat cunoscut al lui J.H. Chen relativ la hipersuprafețele biarmonice compacte în sfera euclidiană unitară, precum și o versiune locală a acestui rezultat. De asemenea, s-a prezentat un alt rezultat nou care spune că o hipersuprafață M^m biconservativă compactă într-o formă spațială, având curbura secțională mai mare sau egală cu 0 și dimensiunea m cel mult 10, trebuie să aibă curbura medie constantă și trebuie să fie un anumit tip cunoscut de hipersuprafață.

On the second variation of the biharmonic Clifford torus in \mathbb{S}^4 (obiectivul 2).

În teoria subvarietăților este bine-cunoscut faptul că torul plat 2-dimensional T dat de produsul a două cercuri de raze egale poate fi așezată ca o suprafață minimală (deci trivial biarmonică) în \mathbb{S}^3 . Dar, dacă modificăm raza sferei \mathbb{S}^3 și o privim ca o anumită hipersuprafață mică a lui \mathbb{S}^4 , torul T nu mai este minimal în \mathbb{S}^4 , în schimb este biarmonic. În această lucrare s-a studiat stabilitatea/instabilitatea imersiei izometrice de la T în \mathbb{S}^4 ca aplicație biarmonică. S-a obținut o descriere geometrică a celor două spații de secțiuni ce dau indexul și nulitatea biarmonică. În particular, pentru spațiul ce dă nulitatea s-au pus în evidență secțiunile care nu provin din câmpurile Killing ale lui T sau \mathbb{S}^4 .

Cut Locus Realizations on Convex Polyhedra (obiectivul 1).

Noțiunea de *cut locus* a fost introdusă de H. Poincaré în 1905 și a devenit esențială în studiul geodezicelor. Proprietăți algoritmice ale *cut locus*-ului au fost studiate pentru prima oară de M. Sharir ai A. Schorr în 1986. Arătăm că orice arbore ponderat pozitiv poate fi realizat sub forma *cut locus*-ului unui punct x pe o suprafață poliedrală convexă P . Enunțul completează rezultate anterioare obținute de C. Vilcu cu J. Itoh, din 2004 și 2015, iar demonstrația lui se bazează pe legătura dintre *cut locus* și teorema de lipire a lui Alexandrov.

Simple Closed Quasigeodesics on Tetrahedra (obiectivul 1).

Se știe că orice suprafață Riemann homeomorfă cu sfera are măcar trei geodezice simple închise. Poliedrele convexe (înțelese ca suprafețe) nu au această proprietate, dar Pogorelov a demonstrat în 1949 că orice poliedru convex are măcar trei quasigeodezice simple închise. (A quasigeodezică face un unghi de cel mult π în fiecare punct al său, de fiecare parte.) Demonstrația lui Pogorelov nu este constructivă și abia în 2022 s-a propus un algoritm finit care determină o asemenea quasigeodezică. Am determinat trei quasigeodezice simple închise pe orice tetraedru: una conține cel mult un vârf, a doua două vârfuri, iar a treia trei vârfuri. De asemenea, am pus în evidență o mulțime deschisă de tetraedre, toate având măcar 34 de quasigeodezice simple închise.

Reshaping Convex Polyhedra (obiectivul 1).

Teorema de lipire a lui Alexandrov (AGT) este un rezultat fundamental în geometria suprafețelor Alexandrov, în particular pentru cea a suprafețelor poliedrale convexe. O folosim în două direcții, pentru a remodela o suprafață poliedrală convexă P . Între altele, demonstrăm următoarele rezultate principale: (1) Orice suprafață poliedrală convexă Q poate fi obținută din orice P printr-un număr finit

de operații bazate pe AGT, și (2) Orice suprafață poliedrală convexă P poate fi “lărgită” la un tetraedru isoscel sau un triunghi dublu-acoperit, astfel încât imaginea lui P să fie un poligon geodezic contractibil la o quasi-geodezică simplă închisă, printr-un număr finit de operații bazate pe AGT. În anumite situații aceasta duce la o nouă metodă de desfășurare a suprafețelor poliedrale convexe.

TINERI IMPLICAȚI ÎN PROIECT

Din echipa proiectului fac parte trei tineri cercetători: **Cipriana Anghel, George-Rareș Stan și Dragoș Manea.**

Cipriana Anghel și-a susținut teza de doctorat în luna octombrie 2023 sub îndrumarea Directorului de Proiect. Rareș Stan este înscris la doctorat la IMAR sub îndrumarea Directorului de Proiect. Dragoș Manea este student doctorand la Institutul de Matematică “Simion Stoilow” al Academiei Române sub îndrumarea prof. Liviu Ignat. Cei trei membri tineri ai echipei au participat cu comunicări la 15 conferințe internaționale și seminarii de cercetare, au publicat 3 articole (din care 1 în reviste Q1 și 2 în reviste Q2) și au elaborat 3 preprinturi în evaluare la reviste ISI.

București, 28 noiembrie 2023

Director de proiect,
C.S. I Dr. Sergiu Moroianu